
УДК 621.313.3

СУЖЕНИЕ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО НА ОСНОВЕ ВЫБОРКИ ПРЕДПОЧТЕНИЙ И ПОПАРНОЙ ОБРАБОТКИ КРИТЕРИЕВ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ ТУРБОГЕНЕРАТОРОВ

© 2025 г. Н. В. Коровкин^{1, *}, В. И. Бекузин^{2, **}, В. Н. Железняк^{2, ***}

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого", Санкт-Петербург, Россия

²Акционерное общество "Силовые машины", Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: nikolay.korovkin@gmail.com

**e-mail: Bekuzin_VI@power-m.ru

***e-mail: Zheleznyak_VN@power-m.ru

Поступила в редакцию 01.02.2025 г.

После доработки 24.02.2025 г.

Принята к публикации 28.02.2025 г.

В работе рассмотрен подход к сужению множества Парето, ориентированный, по мнению авторов, на решение инженерных задач, связанных с проектированием сложных устройств. Авторам представляется, что такой подход имеет ряд преимуществ в сравнении с использованием для сужения множества Парето нечетких логик. Для эффективного использования последних необходима выработка свода правил, удачность которых и определит степень сжатия множества. Для различных устройств наборы этих правил также различны, и сложная задача сужения множества Парето сводится к другой (по нашему мнению, менее сложной) задаче выработки наилучших правил. Рассмотренный в настоящей работе подход, связанный с анализом пар критериев, не требует дополнительных правил, представляется нам менее трудоемким и отвечает цели работы – получению качественного проектного решения в минимальное время.

Ключевые слова: множество Парето, целевая функция, оптимизационный расчет, ударный генератор

DOI: 10.31857/S0002331025020075

ВВЕДЕНИЕ

Задачи автоматизации проектирования сложного оборудования, в том числе электротехнического, сейчас и еще долгое время будут актуальными и в научной, и в прикладной областях. Опыт решения задач проектирования электрических машин насчитывает многие десятилетия [1, 2, 3]. Создан большой объем достаточно сложных методик и алгоритмов проектирования, позволяющих конструировать устройства, удовлетворяющие требованиям технических заданий [4, 5, 6]. В целом, чем сложнее используемая методика проектирования, тем лучше математическая

модель отражает реальные свойства объекта, и тем качественнее выполняется проектирование. Однако даже суррогатные методики в области электромашиностроения обладают значительной сложностью [7, 8, 9].

Практика диктует потребность снижения времени проектирования электротехнических устройств и повышения его качества. Упрощение проектных методик для снижения времени подготовки проекта имеет очевидным следствием потерю на больших временных масштабах конкурентных преимуществ изготовленных по таким проектам изделий. К этому же результату ведет и усложнение методик, вызывающее затягивание сроков проектирования. Ситуация усугубляется тем, что в области электромашиностроения номенклатура изделий, выпускаемых (а, следовательно, и проектируемых) в рамках одного предприятия, может достигать сотен единиц.

Современным путем разрешения описанной выше ситуации является использование в проектировании искусственного интеллекта (ИИ) [10, 11], рассматриваемого здесь и как “свойство искусственных систем выполнять творческие функции”, и как “технология создания интеллектуальных компьютерных программ” [12]. ИИ реализуется применительно к задачам проектирования в эвристических методах [13], но получение с их помощью наилучшего решения задачи проектирования трудозатратно. Тем не менее эти методы дают приемлемое решение задачи проектирования в случаях, когда поиск наилучшего решения не может быть реализован в силу сложности задачи и ограниченности времени, выделенного на ее решение. Использование эвристических методов для повышения эффективности проектирования электрических машин рассматривается в настоящей статье.

Проектирование электрической машины сложная задача не только в плане применения алгоритма проектирования, но и в концептуальном плане – в формулировании целей проектирования. Можно априори утверждать, что представление об оптимальном проектировании, как об удовлетворении какой-то одной цели, неправильно. При оптимальном проектировании должно достигаться одновременно несколько целей при том или ином компромиссе между ними.

Качество проектного решения определяется в первую очередь опытом коллектива проектировщиков, который выражается в формализации целей проектирования, которая на практике состоит в записи (наилучшего) набора целей проектирования в соответствии с имеющимся техническим заданием. Относительное прилагательное “наилучший” в предыдущем предложении взято в скобки, чтобы подчеркнуть тот факт, что набор целей, предложенный одним коллективом проектировщиков как “наилучший”, не совпадает с наилучшим набором целей их коллег, имеющих другой опыт проектирования даже в рамках одного проекта. Примеры различных наборов целей для оптимального проектирования мощного ударного генератора будут рассмотрены ниже в данной статье.

В настоящее время активно разрабатываются эвристические методы, использующие модели биологических и физических процессов, такие как метод отжига [14], генетический алгоритм [15], алгоритм роя частиц и т.п. В настоящей работе мы сосредоточимся на электротехнической сущности проектирования и не будем рассматривать сравнительную эффективность различных эвристических алгоритмов, так как по этим вопросам имеется большое число публикаций [13, 14, 15]. В работе [16] доказана NFL теорема (от “No Free Lunch” – не бывает бесплатных обедов), утверждающая, что любые два алгоритма оптимизации эквивалентны при усреднении их производительности по всем возможным задачам. В данной статье будет

использован только генетический алгоритм (ГА) как один из хорошо изученных и позволяющий выполнять решение многоэкстремальных задач. То есть, если сформирован пакет целей, которые видятся как важнейшие для реализации технического задания, ГА позволит найти решение соответствующей задачи проектирования. В данной статье будут рассмотрены результаты решения задач такого типа.

Решением многоэкстремальной задачи, независимо от метода получения решения, является множество Парето [17, 18, 19], размерность которого на единицу меньше числа функций цели. Выбор из множества Парето, наилучшего или ограниченного числа (2–5) наилучших вариантов представляет сложную и недостаточно изученную к настоящему времени проблему [20, 21, 22]. Для сужения множества Парето необходимо привлечение дополнительной информации, которая не содержится в исходной постановке задачи проектирования [23, 24, 25]. При этом желательно выполнять выбор наилучших решений вместо лица, принимающего решения, формируя наборы выигрышей и уступок при тех или иных изменениях функций цели [18]. Техника использования наборов выигрышей и уступок для сужения множества Парето рассматривается в настоящей статье. Варианты конструкций, оставшиеся в множестве Парето после сужения, могут быть подвергнуты дополнительной инспекции по-иному, в общем случае неблизкому по смыслу набору целей, который будем далее называть “набором второстепенных целей”. Вопросам сужения множества Парето уделяется основное внимание в настоящей статье.

В качестве объекта исследования выбран ударный генератор (УГ). По типу УГ является турбогенератором с косвенным воздушным охлаждением. При расчете были использованы известные расчетные методики для турбогенераторов [5, 26, 27], применимые для расчета УГ. В начале работы будет представлен разработанный метод попарной группировки целевых функций, который совместно с методом сужения множества Парето на основе взаимозависимой информации с использованием нелинейных функций [17] будет использован для получения ряда оптимальных конструкций УГ.

Не умаляя общности результатов, будем полагать, что наилучшее значение всех целевых функций (критериев) соответствует их минимуму. Также будем называть две целевые функции противоречивыми, если уменьшение одной из них вызывает увеличение другой. При формировании набора целевых функций их попарная противоречивость весьма желательна, но не обязательна. Последнее характерно для инженерных задач, поскольку, во-первых, априори противоречивость обычно не очевидна, и, во-вторых, проектировщику весьма желательно знать количественные значения всех выбранных им целевых функций для оптимальных конструкций, а поиск сложных функциональных связей между целевыми функциями не входит в круг его компетенций.

Изложение вопросов сужения множества Парето мы будем вести на основании двух подходов. Первый из них связан с отношениями предпочтения [17], второй основан на группировке целевых функций.

МЕТОД СУЖЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО

Для определения оптимальных параметров УГ с учетом указанных выше условий будет использоваться теорема сужения множества Парето на основе взаимозависимой информации [17], суть которой состоит “в построении оценки сверху

для множества выбираемых решений за счет последовательно сужения множества Парето". Рассмотрим этот подход подробнее.

Для сужения множества Парето используется априорная информация о важности критериев. Пусть A_1, A_2 и B_1, B_2 четыре значения из множества критериев групп А и В соответственно. Будем полагать, что в рамках нашей задачи уменьшение A_1 в w_1 раз представляется предпочтительнее, чем уменьшение B_1 в g_1 раз. Предполагаем, что данный набор взаимозависимой информации непротиворечив и удовлетворяет требованиям теоремы, сформулированной и доказанной в [17].

Запишем это отношение предпочтения в виде:

$$\frac{A_1}{w_1} \succ \frac{B_1}{g_1}, w_1 > 0, g_1 > 0. \quad (1)$$

Отметим, что знак неравенства в выражении (1) неуместен, поскольку величины A_1 и B_1 в общем случае несравнимы. Одновременно с отношением предпочтения (1) запишем противоположное ему утверждение, о том, что увеличение B_2 в w_2 раз предпочтительней, чем увеличение A_2 в g_2 раз:

$$\frac{A_2}{w_2} \prec \frac{B_2}{g_2}, w_2 > 0, g_2 > 0. \quad (2)$$

При этом, в соответствии с [17, 18], величины весов должны удовлетворять следующему условию:

$$\frac{w_1}{g_1} > \frac{w_2}{g_2}. \quad (3)$$

Далее введем, согласно [17, 18], множество $\{G\}$ с новым векторным критерием:

$$G_{11} = \min \left\{ \frac{A_1}{w_1} \right\} + \min \left\{ \frac{B_1}{g_1} \right\}, G_{12} = \min \left\{ \frac{A_1}{w_2} \right\} + \min \left\{ \frac{B_1}{g_2} \right\}, \quad (4)$$

$$G_{21} = \min \left\{ \frac{A_2}{w_1} \right\} + \min \left\{ \frac{B_2}{g_1} \right\}, G_{22} = \min \left\{ \frac{A_2}{w_2} \right\} + \min \left\{ \frac{B_2}{g_2} \right\}. \quad (5)$$

Оптимальным элементом $\{G\}$ будет элемент с максимальной парой значений нового векторного критерия. Таким образом, из двух пар значений критериев A_1, B_1 и A_2, B_2 выбрана одна из пар. Недостатком вышеуказанного метода является необходимость априорного задания осмысленных значений весов w_1, w_2, g_1, g_2 и им аналогичных для других пар, что для различных пар несравнимых критериев может быть непростой задачей.

МЕТОД СУЖЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦИКЛА ВЫБОРКИ ПРЕДПОЧТЕНИЙ

В данной работе предложен алгоритм, использующий вышеописанную процедуру предпочтений в цикле, что позволяет генерировать значения весов для пар

критериев, необходимые для записи отношений предпочтения аналогичных (1) и (2). Пусть группа A критериев с некоторыми весами важнее группы B , при этом группа B с другими весами важнее группа A . Соответственно, вводится условие, что уменьшение параметров группы A в $w_1 = \frac{i_1}{T}$ раз предпочтительнее, чем уменьшение параметров группы B в $g_1 = \frac{i_2}{T}$ раз; однако увеличение группы B в $w_2 = \frac{j_1}{T} + 1$ раз предпочтительней, чем увеличение группы A в $g_2 = \frac{j_2}{T} + 1$ раз, где $i_{1,i}, i_{2,i}, j_{1,j}, i_{2,j} = 1, 2, 3, \dots, 10$; T – делитель, отвечающий за точность выборки w_1, w_2, g_1, g_2 .

Естественно, для каждого из $i_{1,i}, i_{2,i}, j_{1,j}, i_{2,j}$ проверяется выполнение условия (3). Если они не выполняются, соответствующий индекс пропускается в цикле.

В модифицированном алгоритме сужения множества Парето задаются начальные значения $i_{11}, i_{21}, j_{11}, i_{21}$ и вычисляются начальные значения G_{11} и G_{12} . Затем в цикле задаются другие значения $i_{12}, i_{21}, j_{11}, i_{21}$, вычисляются G_{21} и G_{22} . Если выполняются условия $G_{11} < G_{21}$ & $G_{12} < G_{22}$, то записываются (фиксируются) параметры расчетного варианта, а цикл продолжается далее. Но при последующей итерации G_{21} смещается на место G_{11} , а G_{22} – на место G_{12} . Потом находят следующие G_{n1} и G_{n2} , удовлетворяющие вышеуказанным условиям.

Используя теорему [17] и вышеописанный подход, получаем следующее:

$$G_{11} = \min \left\{ \frac{A_{1(1)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{2(1)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{3(1)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{4(1)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{m(1)}}{w_1(i_{1i})} \right\} + \\ + \min \left\{ \frac{B_{1(1)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{2(1)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{3(1)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{5(1)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{m(1)}}{g_1(i_{2i})} \right\}, \quad (6)$$

$$G_{21} = \min \left\{ \frac{A_{1(2)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{2(2)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{3(2)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{4(2)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{m(2)}}{w_1(i_{1i})} \right\} + \\ + \min \left\{ \frac{B_{1(2)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{2(2)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{3(2)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{4(2)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{m(2)}}{g_1(i_{2i})} \right\}, \quad (7)$$

$$G_{n1} = \min \left\{ \frac{A_{1(n)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{2(n)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{3(n)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{4(n)}}{w_1(i_{1i})}, \frac{A_{m(n)}}{w_1(i_{1i})} \right\} + \\ + \min \left\{ \frac{B_{1(n)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{2(n)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{3(n)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{4(n)}}{g_1(i_{2i})}, \frac{B_{m(n)}}{g_1(i_{2i})} \right\}, \quad (8)$$

$$G_{12} = \min \left\{ \frac{A_{1(1)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{2(1)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{3(1)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{4(1)}}{w_1(i_{1j})}, \frac{A_{m(1)}}{w_2(i_{1j})} \right\} +$$

$$+ \min \left\{ \frac{B_{1(1)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{2(1)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{3(1)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{4(1)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{m(1)}}{g_2(i_{2j})} \right\}, \quad (9)$$

$$G_{22} = \min \left\{ \frac{A_{1(2)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{2(2)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{3(2)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{4(2)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{m(2)}}{w_2(i_{1j})} \right\} +$$

$$+ \min \left\{ \frac{B_{1(2)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{2(2)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{3(2)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{4(2)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{m(2)}}{g_2(i_{2j})} \right\}, \quad (10)$$

$$G_{n2} = \min \left\{ \frac{A_{1(n)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{2(n)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{3(n)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{4(n)}}{w_2(i_{1j})}, \frac{A_{m(n)}}{w_2(i_{1j})} \right\} +$$

$$+ \min \left\{ \frac{B_{1(n)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{2(n)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{3(n)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{4(n)}}{g_2(i_{2j})}, \frac{B_{m(n)}}{g_2(i_{2j})} \right\}, \quad (11)$$

где $A_1, A_2, A_m, B_1, B_2, B_m$ – целевых функций группы А и В; n – количество расчетных вариантов; m – порядковый номер целевой функции группы А либо В.

Использование представленного алгоритма исключает необходимость априорного задания осмысленных значений весов w_1, w_2, g_1, g_2 . Неосмысленные значения весов алгоритм исключает из расчета. Более того, при нахождении оптимальных $\{G\}$ появляется возможность найти оптимальные и осмысленные значения весов w_1, w_2, g_1, g_2 .

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОПАРНОЙ ГРУППИРОВКИ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СУЖЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО

Как уже отмечалось, результатом решения задачи многокритериальной оптимизации является множество Парето. Для двух и для трех целевых функции множество Парето легко визуализируется, при большем их числе возможна визуализация только сечений этого множества. В настоящей работе предлагается выполнять попарную группировку целевых функций.

В табл. 1 представлена возможная группировка наборов целевых функций в количестве от 4 до 6.

Под “фронтом Парето” здесь понимается решение задачи оптимизации по двум противоречивым целевым функциям, имеющее в пространстве критериев характерный вид всюду убывающей выпуклой функции. Если пара целевых функций не противоречива, то в пространстве критериев решение не образует фронта Парето, и этой паре соответствует произвольная, например, полиномиально возрастающая кривая. В частности, эта зависимость может быть близка к линейной или образовывать “облако” точек. Стоит заметить, что случай с образованием “облака” точек является недопустимым для нижеописанного метода. Пары, не образующие фронт Парето, должны быть полиномиально возрастающими либо быть близкими к линейным функциям.

Таблица 1. Попарная группировка целевых функций

Количество целевых функций	Количество пар целевых функций при группировке	Количество возможных пар целевых функций	
		Не образуют фронт Парето	Образуют фронт Парето
4	6	2	4
		3	3
6	15	4	11
		5	10
		6	9
		7	8
		8	7

В табл. 1 не показаны случаи, при которых количество целевых функций нечетное. Их отсутствие объясняется тем, что количество целевых функций в группах будет разным и будет происходить “перевес” при сужении множества Парето к группе, имеющей большее количество целевых функций. Более подробное обоснование отсутствия четного количества пар представлено ниже.

В то же время метод не будет работать при отсутствии пар, которые не образуют фронт Парето, т.е. при количестве целевых функций равных двум (не показано в табл. 1).

Для четырех и более целевых функций появляется вариативность при образовании пар. Так, четыре целевые функции образуют шесть пар, из них фронт Парето могут образовать четыре либо три пары, а оставшиеся, соответственно, две либо три пары фронт Парето образовывать не будут.

Табл. 1 представляет все возможные в нашем подходе варианты пар целевых функций. Эти наборы пар отражают наш опыт в выборе целевых функций для оптимального проектирования турбогенераторов. Соответственно, сужение множества Парето в рамках нашей методики возможно только при удовлетворении вариаций количества пар целевых функций, представленных в табл. 1. При этом идеальным случаем соотношения пар целевых функций будут значения с максимальным значением пар, образующих фронт Парето, и с минимальным значением пар, не образующих фронт Парето.

После попарной группировки целевых функций необходимо выбрать главную оптимизационную пару H_1 и H_2 , образующую фронт Парето. Затем целевые функции делятся на две группы: группа $A \equiv \{H_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_N\}$ – группа целевых функций, которые необходимо минимизировать; группа $B \equiv \{H_2, \beta_1, \beta_2, \beta_M\}$ – группа целевых функций, которые можно максимизировать (увеличивать) ради уменьшения значений целевых функций группы A .

При этом вводятся следующие условия попарной группировки целевых функций на группы A и B :

Теоретически возможен случай, когда 5 пар образуют, и 1 пара не образует фронт Парето. Однако он не удовлетворяет вышеописанным требованиям, что также наглядно видно на рис. 1, поэтому метод попарной группировки для такого количества пар невозможен.

Теоретически также возможен случай, что все пары образуют фронт Парето, тогда алгоритм будет находить точки, находящиеся на “перегибе” фронта Парето, что вполне очевидно. В реальном проектировании такие случаи маловероятны. Представленный алгоритм акцентирован на случаях, когда целевые функции образуют и не образуют фронты Парето.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ СУЖЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ УГ

В качестве объекта исследования был выбран ударный генератор (УГ). По типу УГ является турбогенератором с косвенным воздушным охлаждением. На основании работ [5, 26, 27] можно выделить следующие требования, предъявляемые к УГ:

- максимально возможная ударная мощность короткого замыкания (КЗ);
- минимальные масса и габариты УГ;
- минимальные тепловыделения УГ.

Ударная мощность КЗ обратно пропорциональна индуктивному сверхпереходному сопротивлению x_d'' . Габариты и масса УГ прямо пропорциональны объему активной части V_a . Тепловыделения УГ прямо пропорциональны тепловому фактору УГ (произведению линейной токовой нагрузки на плотность тока обмотки статора) AJ_1 .

Для оптимизационного расчета УГ были введены постоянные (неизменные) и изменяемые параметры, представленные в табл. 2.

Затем произведен выбор целевых функций и оптимизационный расчет методом ГА при условии работы УГ на модельной мощности.

Важно отметить, что при оптимизации учтен нормализованный ряд вычисляемых параметров. К примеру, если при расчете воздушного зазора получается значение 38.36 мм, то величина воздушного зазора принимается равной 40 мм. Аналогичным образом вычисляются другие параметры: диаметры, количество пазов, шаг обмотки, габариты элементарных проводников, количество элементарных проводников в эффективном и т.д.

а. Оптимизация УГ по трем целевым функциям

В табл. 1 рассматривается попарная группировка только для четного количества целевых функций. Ниже приведено обоснование невозможности использования нечетного количества целевых функций в предлагаемом методе.

Рассмотрим пример, в котором количество целевых функций нечетное и равно трем: x_d'' , V_a , AJ_1 . Целевые функции будут образовывать три пары: две пары образуют фронт Парето, а одна пара – нет. Главной парой будет – x_d'' , V_a . В группу А будут входить x_d'' , в группу В – V_a , AJ_1 . В табл. 3 представлено распределение рассматриваемых пар на группы.

Таблица 2. Входные неизменные и изменяемые параметры УГ

Параметры	Наименования параметров
Неизменные параметры (определяются техническим заданием)	Модельная мощность, МВА
	Коэффициент мощности
	Линейное напряжение, кВ
	Количество фаз
	Количество полюсов
Неизменные параметры (определяются технологическими требованиями [26–29])	Частота тока, Гц
	Отношение короткого замыкания
	Машинная постоянная, $\text{мм}^3/(\text{мин} \cdot \text{МВА})$
	Количество параллельных ветвей статора, шт.
	Количество эффективных проводников в пазу статора, шт.
	Двухсторонняя толщина изоляции по ширине паза, мм
	Двухсторонняя толщина собственной изоляции проводника, мм
	Высота пазового клина статора, мм
	Суммарная толщина изоляции по высоте паза статора, мм
	Допустимая индукция в зубцах статора (не более), Тл
	Коэффициент заполнения пакета статора
	Ширина пакета статора, мм
	Ширина вентиляционного канала статора, мм
	Допустимая индукция в ярме статора (не более), Тл
	Двухсторонняя толщина изоляции паза ротора, мм
	Коэффициент заполнения паза обмотки ротора
	Расстояние от клина до обмотки возбуждения, мм
	Высота пазового клина ротора, мм
	Толщина изоляции между витками катушки ротора, мм
	Толщина прокладки на дне паза, мм
Допустимая индукция в зубцах ротора, мм	
Количество параллельных ветвей ротора, шт.	
Количество элементарных проводников в эффективном проводнике ротора, шт.	
Изменяемые параметры (задаются диапазоном, в рамках которого будет производиться оптимизация)	Внутренний диаметр статора, мм
	Воздушный зазор, мм
	Относительных шаг обмотки статора
	Отношение ширины паза к ширине зубца ротора
	Высота паза ротора, мм
	Произведение пазовых делений ротора на ширину зубца ротора, мм
	Ширина элементарного проводника ротора, мм
	Отношение количества зубцов ротора к числу пазовых делений ротора
Высота элементарного проводника ротора, мм	

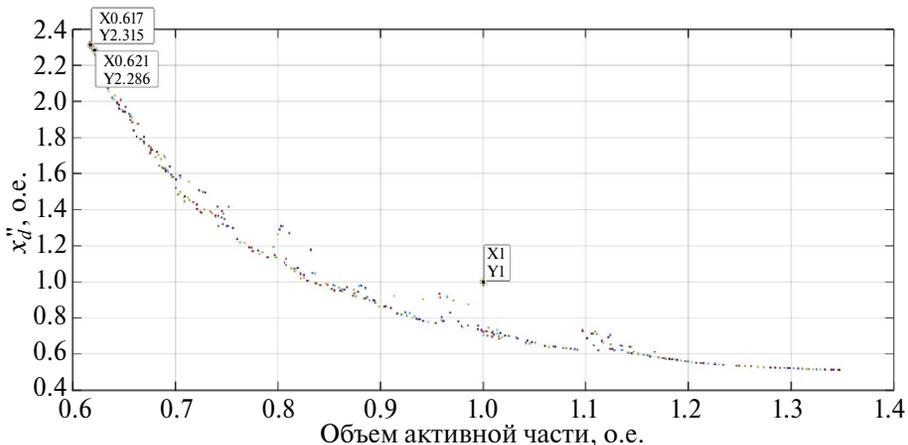
Таблица 3. Попарная группировка нечетного количества пар

Пары	Целевые функции	Группа А	Группа В
Главная пара	H_1	x_d''	–
	H_2	–	V_a
Вспомогательные целевые функции	α_1	–	–
	β_1	–	AJ_1

На рис. 2–4 представлены функции целевых пар: $x_d'' = f(V_a)$, $V_a = f(AJ_1)$, $AJ_1 = f(x_d'')$. Размерность целевых функций приведена в о.е. относительно референсной машины (референсного УГ). Для построения пар целевых функций с помощью генетического алгоритма было просчитано 350 вариантов УГ. Стоит заметить, что все 350 просчитанных вариантов имеют работоспособные параметры в силу того, что при расчете учитывались технологические, конструктивные, механические, электромагнитные и тепловые особенности УГ.

Маркером (1; 1) на рис. 2–4 выделена референсная машина, другими маркерами выделены две найденные точки, полученные вышеописанными методами. По рис. 2–4 видно, что вышеописанные методы не работают при нечетном количестве целевых функций из-за разного количества целевых функций в группах А и В, что приводит к “перевесу” при сужении множества Парето к группе, имеющей меньшее количество целевых функций.

Если заведомо допустить случай неудовлетворения вышеописанным требованиям и предположить, что все три пары будут образовывать фронт Парето, то алгоритм находит точки, находящиеся на “перегибе” фронта Парето, что вполне очевидно. Однако в реальном проектировании таких случаев не бывает.

Рис. 2. Главная пара целевых функций $x_d'' = f(V_a)$.

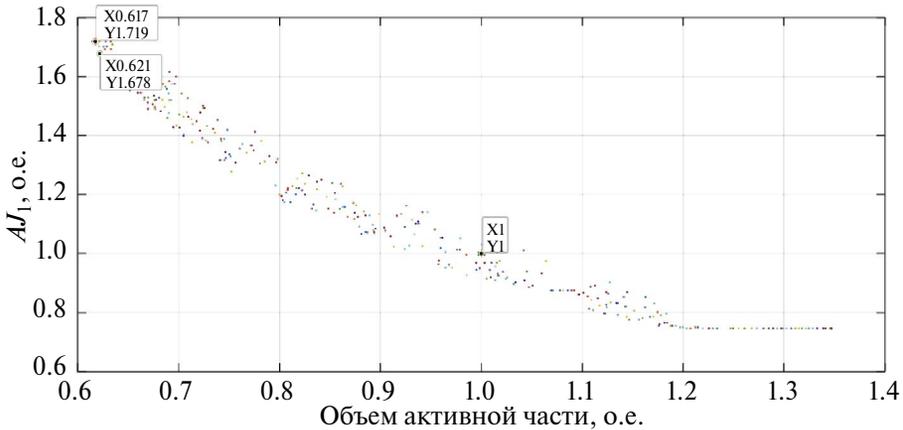


Рис. 3. Пара целевых функций $AJ_1 = f(V_a)$.

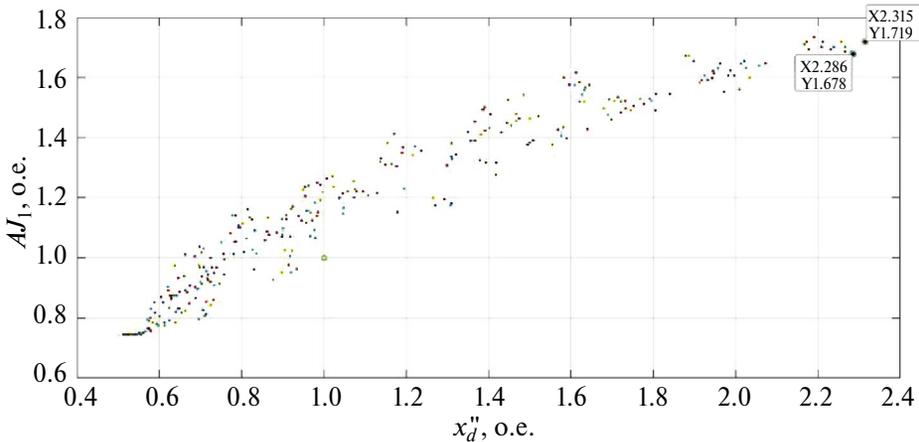


Рис. 4. Пара целевых функций $AJ_1 = f(x_d'')$.

б. Оптимизация УГ по четырем целевым функциям: четыре пары образуют фронт Парето, две пары – нет

В данном примере количество целевых функций четное и равно четырем: x_d'' , V_a , AJ_1 , L_a , где L_a – активная длина УГ. Главной парой является x_d'' , V_a . В группу А будут входить целевые функции: x_d'' , L_a . В группу В будут входить целевые функции: V_a , AJ_1 . В табл. 4 представлено распределение рассматриваемых пар на группы.

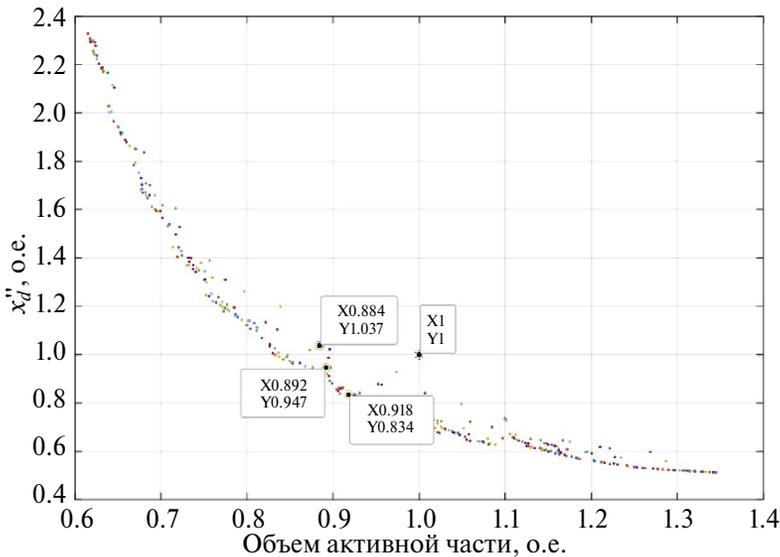
На рис. 5–10 представлены пары целевых функций: $x_d'' = f(V_a)$, $x_d'' = f(AJ_1)$, $x_d'' = f(L_a)$, $V_a = f(AJ_1)$, $V_a = f(L_a)$, $AJ_1 = f(L_a)$. Размерность целевых функций приведена в о.е. относительно референсной машины (референсного УГ). Для построения пар целевых функций было просчитано 350 вариантов УГ методом ГА.

Таблица 4. Попарная группировка четного количества пар – четырех целевых функций

Пары	Целевые функции	Группа А	Группа В
Главная пара	H_1	x_d''	–
	H_2	–	V_a
Вспомогательные целевые функции	α_1	L_a	–
	β_1	–	AJ_1

Из рис. 5–10 видно, что пары функций $x_d'' = f(V_a)$, $x_d'' = f(L_a)$, $V_a = f(AJ_1)$, $AJ_1 = f(L_a)$ образуют фронт Парето, а пары функций $V_a = f(L_a)$ и $x_d'' = f(AJ_1)$ фронта Парето не образуют и имеют преимущественно линейную зависимость. Выполняются условия п. 2 и рис. 1. Маркером (1; 1) выделена референсная машина УГ, другими маркерами выделены три найденные точки.

В табл. 5 представлены сводные параметров УГ для найденных трех расчетных точек. В табл. 6 – сводные данные четырех целевых функций с попарной группировкой: показана главная пара и вспомогательные функции для найденных трех расчетных точек. Из табл. 5 и 6 видно, что оптимальной точкой будет точка № 2, т.к. она имеет x_d'' и L_a меньше 1 о.е. согласно критериям, предъявляемым к целевым функциям.

**Рис. 5.** Пара целевых функций $x_d'' = f(V_a)$.

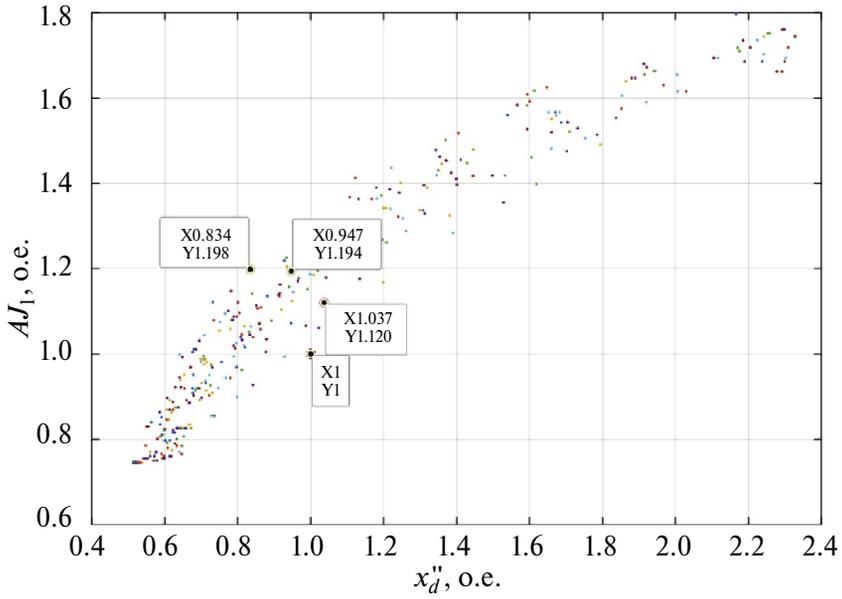


Рис. 6. Пара целевых функций $AJ_1 = f(x_d'')$.

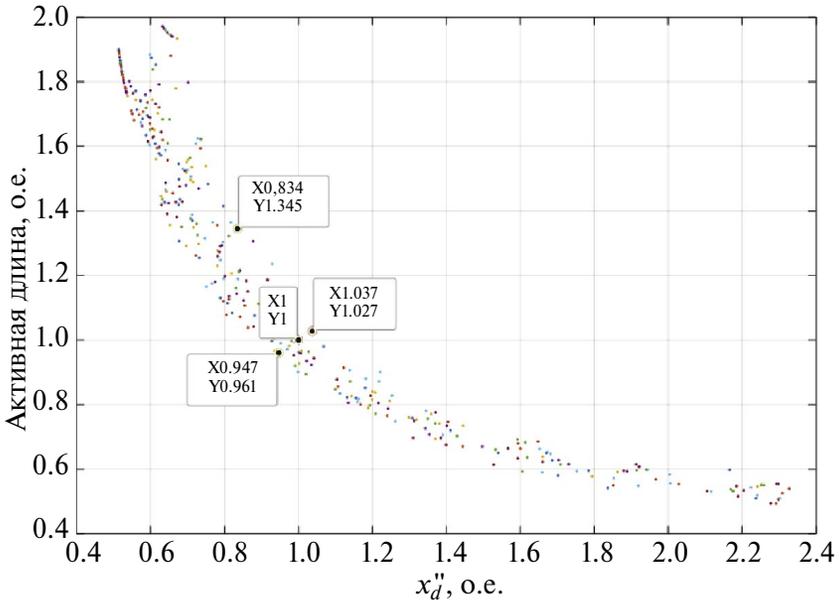


Рис. 7. Пара целевых функций $L_a = f(x_d'')$.

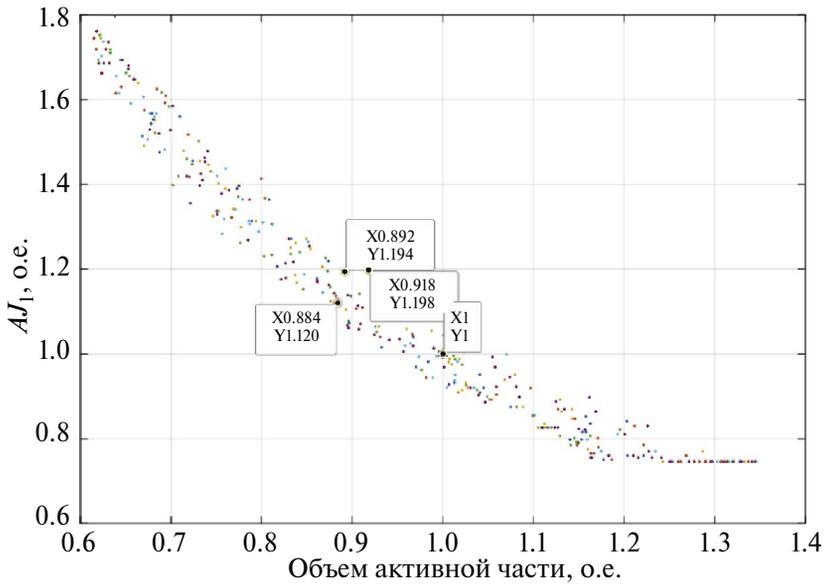


Рис. 8. Пара целевых функций $AJ_1 = f(V_a)$.

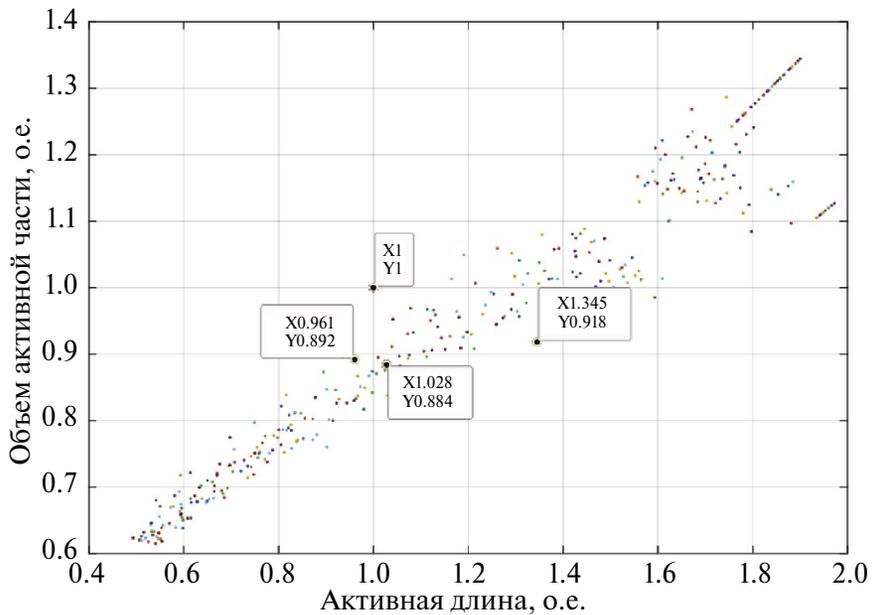


Рис. 9. Пара целевых функций $V_a = f(L_a)$.

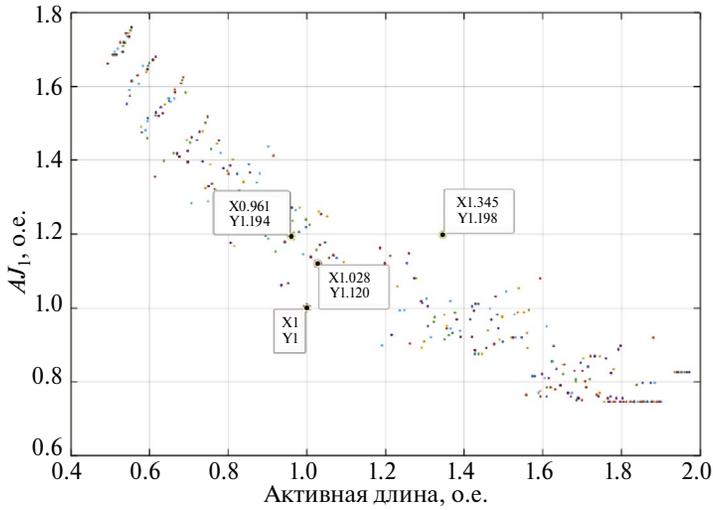


Рис. 10. Пара целевых функций $AJ_1 = f(L_a)$.

Таблица 5. Результаты сужения множества Парето

Параметры	Значения после сужения множества Парето		
	№ 1	№ 2	№ 3
Индуктивное сверхпереходное сопротивление x_d'' , о.е.	1.037	0.947	0.834
Объем активной части (V_a), о.е.	0.884	0.892	0.918
Активная длина (L_a), о.е.	1.028	0.961	1.345
Тепловой фактор (AJ_1), о.е.	1.120	1.194	1.199
Воздушный зазор, о.е.	1	1.3	1
Внутренний диаметр статора, о.е.	0.876	0.962	0.865
Внешний диаметр статора ($D_{вн}$), о.е.	0.927	0.963	0.826
Магнитная индукция в зазоре, о.е.	1.216	1.077	0.931
Ток обмотки возбуждения ($I_{об}$), о.е.	0.583	0.539	0.587
Напряжение обмотки возбуждения, о.е.	1.211	1.220	1.684
Высота паза статора, о.е.	1.263	1.087	0.853
Ширина паза статора, о.е.	0.741	0.829	1.035
Высота паза ротора, о.е.	1.021	1.133	1.081
Ширина паза ротора, о.е.	0.997	0.991	0.995
Плотность тока обмотки статора ($J_{см}$), о.е.	0.980	0.983	1.035
Плотность тока обмотки возбуждения, о.е.	0.759	0.693	0.777
Количество пазов статора, о.е.	1	1.167	1
Количество пазов ротора, о.е.	1.2	1.2	1.2
Количество пазовых делений ротора, о.е.	1.059	1.059	0.941

Таблица 6. Сводные данные четырех целевых функций с попарной группировкой

Пары	Целевые функции	Группа А		Группа В	
Главная пара	H_1	$x_d'' =$	1.037 0.947 0.834	–	
	H_2	–		$V_a =$	0.884 0.892 0.918
Вспомогательные целевые функции	α_1	$L_a =$	1.028 0.961 1.345	–	
	β_1	–		$AJ_1 =$	1.120 1.194 1.199

ВЫВОДЫ

В работе представлена методика сужения множества Парето, использующая соотношения предпочтения [17], предложенную выборку предпочтений в цикле и предложенную в настоящей работе идею попарной обработки критериев, разделяемых на группы основных и вспомогательных. Приведены примеры оптимизационных расчетов УГ с использованием указанных методов. Применение предложенной методики выполнено для оптимизации конструкции УГ по четырем целевыми функциями. В результате количество вариантов исполнения УГ (число найденных элементов множества Парето) снизилось с 350 до трех. По полученным трем конструкциям приведены (в относительных единицах) изменения значений варьируемых параметров относительно референсной машины. Уменьшение функций цели в наилучших вариантах составило: для сверхпереходного сопротивления $x_d'' - 5.3\%$, для объема активной части $V_a - 10.8\%$, для активной длины машины $L_a - 3.9\%$. Тепловой фактор (произведение линейной токовой нагрузки на плотность тока обмотки статора) AJ_1 увеличился на 19.4%.

Разработанный алгоритм может использоваться не только при расчете электрических машин, имея многовариантивную математическую модель расчета будь то генератора, двигателя, трансформатора, редуктора, насоса и т.д., либо математическую модель того, либо иного процесса: движение магнитных полей, замыкание вихревых токов и т.д. Появляется возможность с минимальными временными затратами значительно сузить множество Парето, сгруппировав целевые функции на группы и выполнив вышеуказанные требования. Тем самым появляется возможность с минимальным количеством времени выполнить обоснованный, оптимизационный расчет разрабатываемого изделия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bramerdorfer G., Tapia J.A., Pyrhönen J.J., Cavagnino A.* Modern Electrical Machine Design Optimization: Techniques, Trends, and Best Practices. – IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2018. Vol. 65, No. 10. P. 7672–7684. DOI: 10.1109/TIE.2018.2801805.

2. *Duan Y., Harley R.G.* A Novel Method for Multiobjective Design and Optimization of Three Phase Induction Machines. – IEEE Transactions on Industry Applications. 2011. Vol. 47, No. 4. P. 1707–1715. DOI: 10.1109/TIA.2011.2156372.
3. *Zheleznyak V.N., Burmistrov A.A., Korovkin N.V.* Short-Circuit Turbine Generator Package: Functional and Operational Features. – 24th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM), EDM-2023. P. 990–994.
4. *Копылов И.П.* Проектирование электрических машин. М., Юрайт, 2011, 775 с.
5. *Лютер Р.А.* Расчет синхронных машин. Л., Энергия, Ленингр. отд-ние, 1979, 272 с.
6. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Учебник для вузов. Том 1. – 4-е изд. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003. – 463 с.: ил.
7. *Zhang L.* An Efficient Modeling of Air Gap and Nonlinear Analysis of Magnetic Equivalent Circuit for Large Turbogenerators Under No-Load Condition. – IEEE Transactions on Magnetics. 2022. Vol. 58, No. 2. С. 1–8. Art no. 8202108. DOI: 10.1109/TMAG.2021.3125141.
8. *Kwon M.-S., Lim D.-K.* A Study on the Optimal Design of PМа-SynRM for Electric Vehicles Combining Random Forest and Genetic Algorithm. – IEEE Access. 2023. Vol. 11. P. 52357–52369. DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3279126.
9. *Zheleznyak V.N., Korovkin N.V.* Analysis of Operating Conditions of Short-Circuit Turbogenerators. – 2023 Seminar on Industrial Electronic Devices and Systems (IEDS), Saint Petersburg, Russian Federation, 2023. С. 275–278.
10. *Бутырин П.А., Алпатов М.Е.* Цифровизация и аналитика в электротехнике. Электротехника, 2021. № 10. С. 4–10.
11. Иерархическое моделирование систем энергетики / под ред. Н.И. Воропая, В.А. Стенникова. Новосибирск: Академическое изд-во “Гео”, 2020, 314 с.
12. *Lee D., Kim J.-W., Lee C.-G., Jung S.-Y.* Variable Mesh Adaptive Direct Search Algorithm Applied for Optimal Design of Electric Machines Based on FEA. – IEEE Transactions on Magnetics. 2011. Vol. 47, No. 10. P. 3232–3235. DOI: 10.1109/TMAG.2011.2152380.
13. *Stefek A.* Benchmarking of heuristic optimization methods. – 14th International Conference on Mechatronics. MECHATRONIKA 2011. 2011. P. 68–71.
14. *Bettinger P., Boston K., Sessions J.* Simulated annealing. Encyclopedia of Ecology (Editors: S.E. Jorgensen, B.D. Fath). Elsevier, Oxford, UK. 2008. P. 3255–3261. DOI: 10.1016/B978-008045405-4.00167-1.
15. *Qiao D., Sun E.* Research on parallel machine scheduling based on genetic neighborhood hybrid algorithm – 2019 2nd international conference on information systems and computer aided education (ICISCAE). 2019. P. 324–327.
16. *Wolpert D.H., Macready W.G.* Coevolutionary Free Lunches – IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 2005. Vol. 9, No. 6. P. 721–735. DOI: 10.1109/TEVC.2005.856205.
17. *Климова О.Н.* Сужение множества Парето на основе взаимозависимой информации с использованием нелинейных функций. – Экономика. Информатика. 2009. № 9 (64). С. 152–159.
18. *Ногин В.Д., Климова О.Н.* Учет взаимозависимой информации об относительной важности критериев в процессе принятия решений. – ЖВМиМФ. 2006. Т. 46, № 12. С. 2178–2190.
19. *Ногин В.Д.* Алгоритм сужения множества Парето на основе произвольного конечного набора “квантов” информации. – Искусственный интеллект и принятие решений, 2013. № 1. С. 63–69.
20. *Shu T., Shang K., Gong C., Nan Y., Ishibuchi H.* Learning Pareto Set for Multi-Objective Continuous Robot Control [Электронный ресурс]. URL: https://www.researchgate.net/publication/381770365_Learning_Pareto_Set_for_Multi-Objective_Continuous_Robot_Control (дата обращения 25.09.2024).

21. Yan J., Zhang T., Ma L., Pu W., Liu H. Deployment Optimization for Integrated Search and Tracking Tasks in Netted Radar System Based on Pareto Theory. – IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2024. Vol. 60, No. 3. С. 3664–3672. DOI: 10.1109/TAES.2024.3367662.
22. Wang J., Zhang L., Zhang H., Peng F., El-Meligy M.A., Sharaf M., Fu Q. Multi-Objective Optimization Algorithm for Grouping Decision Variables Based on Extreme Point Pareto Frontier Computers. – Materials & Continua. 2024. Vol. 79, No. 1. С. 1281–1299. DOI: 10.32604/смс.2024.048495.
23. Богданова А.В., Ногин В.Д. Сужение множества Парето на основе простейших наборов нечеткой информации об относительной важности критериев. – Вестник СПбГУ. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2007. № 2. С. 3–17.
24. Захаров А.О. Сужение множества Парето на основе замкнутой информации о нечетком отношении предпочтения лица, принимающего решение – Вестник СПбГУ. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2012. № 3. С. 33–47.
25. Захаров А.О. Сужение множества Парето на основе замкнутой информации об отношении предпочтения ЛПР. – Вестник СПбГУ. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2009. № 4. С. 69–83.
26. Железняк В.Н., Коровкин Н.В. Повышение мощности ударных генераторов для обеспечения эксплуатационных режимов. – Электричество. 2022. № 11. С. 46–55.
27. Антонюк О.В., Арсеньев И.А., Кади-Оглы И.А., Сидельников А.В., Сидельников Б.В. Методика проектирования турбогенераторов с продольно-поперечным возбуждением, основанная на использовании магнитных схем замещения. – Электричество. 2013. № 7. С. 36–40.
28. Arjona M.A. Parameter calculation of a turbogenerator during an open-circuit transient excitation. – IEEE Transactions on Energy Conversion. 2004. Vol. 19, No. 1. С. 46–52. DOI: 10.1109/TEC.2003.821838.
29. Савченко Е.В. Ток в демпферном контуре турбогенератора в режиме ударного возбуждения. – Электричество. 2017. № 12. С. 18–25.

Pareto Set Narrowing Based on Preference Sampling and Pairs of Criteria Processing for Turbogenerator Design Optimization

N. V. Korovkin^{1, *}, V. I. Bekuzin^{2, **}, V. N. Zheleznyak^{2, ***}

¹FGAOU VO “SPbPU”, Saint Petersburg, Russia

²JSC “Power Machines”, Saint Petersburg, Russia

*e-mail: nikolay.korovkin@gmail.com

**e-mail: Bekuzin_VI@power-m.ru

***e-mail: Zheleznyak_VN@power-m.ru

The paper considers an approach to narrowing the Pareto set, which, in the authors' opinion, is aimed at solving engineering problems related to the design of complex devices. The authors believe that this approach has a number of advantages over using fuzzy logic to narrow the Pareto set. For the effective use of the latter, it is necessary to develop a set of rules, the success of which will determine the degree of compression of the set. For different devices, the sets of these rules are also different, and the complex problem of narrowing the Pareto set is reduced to another (in our opinion, less complex) problem of developing the best rules. The approach considered in this paper, related to the analysis of pairs of criteria, does not require additional rules, seems to us less labor-intensive and meets the goal of the work – obtaining a high-quality design solution in minimal time.

Keywords: pareto set, objective function, optimization calculation, shock generator