
УДК 536.21

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МАТЕРИАЛОВ, ОСНОВАННЫХ НА ТРИЖДЫ ПЕРИОДИЧЕСКИХ МИНИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ТИПА DIAMOND, GYROID, FISHER–Koch S

© 2025 г. Д. М. Брагин^{1,*}, А. В. Еремин¹

¹*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Самарский государственный технический университет”, Самара, Россия
e-mail: dimabragin2204@yandex.ru

Поступила в редакцию 11.11.2024 г.

После доработки 23.12.2024 г.

Принята к публикации 26.12.2024 г.

В статье исследуются теплопроводящие свойства пористых материалов с каркасом на основе трижды периодических минимальных поверхностей (ТПМП) типа Gyroid, Diamond и Fisher–Koch S. На основе численных и экспериментальных методов были определены эмпирические зависимости эффективной теплопроводности пористых сред от геометрических параметров и физических свойств материала каркаса. Полученные зависимости позволяют создавать пористые материалы с заданными теплопроводящими свойствами. Определены преимущества и недостатки конструкций на основе ТПМП для использования в качестве оребрения в теплообменных трактах тепломассообменного оборудования. Отмечено, что пористые структуры на основе минимальных поверхностей Fisher–Koch S обладают рядом преимуществ в сравнении с другими типами ячеек: максимальная площадь поверхности; высокая эффективная теплопроводность; малое количество застойных областей внутри пористого каркаса. При равных толщинах стенки и периодах ТПМП, теплопроводность материалов на основе Fisher–Koch S на 39% больше, чем у Diamond и на 96% в сравнении с Gyroid.

Ключевые слова: трижды периодическая минимальная поверхность, эффективная теплопроводность, пористый материал, прогнозируемые свойства, оребрение

DOI: 10.31857/S0002331025010031

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность технических систем во многом зависит от температурного режима их эксплуатации [1–4]. Внутренние устройства терморегулирования влияют на производительность и надежность работы авиационных двигателей [1], долговечность и электрическую мощность солнечных панелей, срок службы аккумуляторов [3, 4]. Особое внимание при проектировании ТМО-оборудования уделяется повышению интенсивности теплообмена за счет повышения площади контакта

теплоносителей (оребрение, ошиповка и др.); турбулизации потока греющей и/или нагреваемой среды; снижению термического сопротивления теплопередающей стенки [5] и др. Снижение термического сопротивления достигается путем уменьшения толщины теплопередающей стенки, а также повышением коэффициента теплоотдачи [6], в том числе за счет турбулизации потока среды [7]. Повышение площади теплообменной поверхности и турбулизация потока достигаются за счет использования оребрения теплопередающей стенки.

Несмотря на развитие традиционных методов оребрения, достижение оптимальных массогабаритных характеристик ограничено конструктивными особенностями теплообменного устройства [8, 9]. Поэтому разрабатываются новые подходы к конструированию высокопроизводительных теплообменных устройств за счет изменения формы оребрения, формы теплообменного тракта [10].

Одной из наиболее перспективных форм оребрения на данный момент являются периодические ячеистые решетки (PCL от англ. Periodic cellular lattice) [11]. Использование таких решетчатых структур повышает безразмерный коэффициент тепловой эффективности $Nu/f^{0.3}$ на 60% по сравнению с традиционным теплообменным оборудованием [12]. Среди таких решеток наиболее перспективными для оребрения являются структуры основанные на TPMS (от англ. Triply periodic minimal surface). В первую очередь это связано с большей удельной площадью поверхности [13, 14]. Решетки TPMS имеют биологическую природу и встречаются в таких природных системах, как морские ежи, крылья бабочек, экзоскелеты жуков и т.д. [15].

На данный момент в качестве оребрения рассмотрены несколько разновидностей TPMS, а именно Primitive, Neovius и Schoen's I-WP. Однако конструкции Primitive и Schoen's I-WP обладают большими застойными областями [16], Neovius обладает наибольшей потерей давления [17]. В связи с этим целесообразно рассмотреть в качестве оребрения другие разновидности TPMS, такие как Diamond(D) [18], Gyroid(G) [19], Fisher–Koch S(FKS) [17, 20], которые обладают наименьшими застойными областями, что важно для равномерной передачи энергии, без значительных температурных напряжений материала. Эти напряжения могут привести к деформациям, трещинам, разрушению материала. Особое внимание стоит уделить оребрению на основе “D” и “FKS”, т.к. указанные структуры обладают наибольшими площадями на 1 элементарную ячейку (рис. 1)

Цель настоящего исследования заключается в определении теплопроводящих свойств в конструкциях на основе топологии Fisher–Koch S (FKS), Diamond (D), Gyroid (G) от свойств материала и геометрических характеристик. Для использования TPMS в качестве оребрения не менее важно определить области с максимальными температурными напряжениями. Исследование выполнялось на основе численного моделирования по методологии, представленной ранее [21], и натурного эксперимента. Научная значимость исследования заключается в определении эмпирических зависимостей эффективной теплопроводности от свойств материала и геометрических характеристик решетки. Ожидается, что данное исследование станет основой для будущей разработки новых методов оребрения на основе топологий TPMS.

ФОРМИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ

TPMS можно описать и сгенерировать определенными математическими функциями [22–24]. Существует несколько методов генерации решетчатых TPMS: параметрические, неявные и граничные методы [25]. В параметрическом методе TPMS

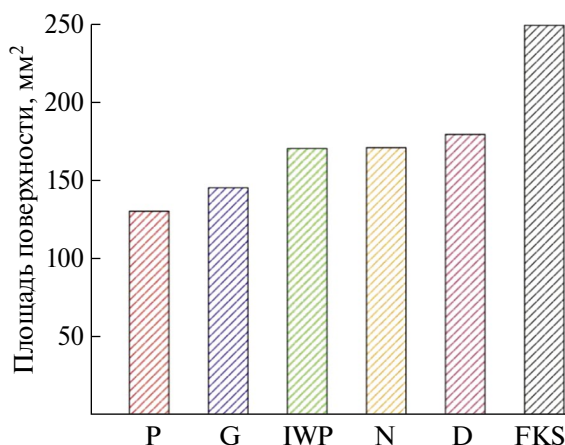


Рис. 1. Площадь поверхности одной элементарной ячейки, основанной на поверхности Fisher–Koch S (FKS), Diamond (D), Gyroid (G), Primitive(P), Neovius(N) и Schoen’s I-WP (IWP) при геометрических параметрах “ a ” = 5 мм, “ δ ” = 0.3 мм.

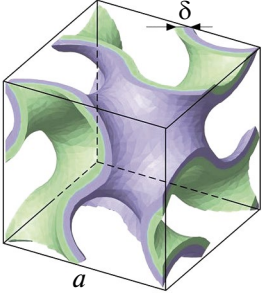
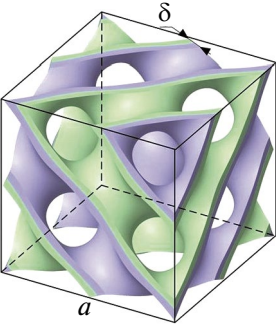
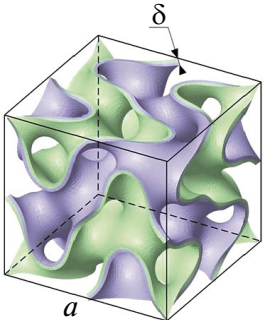
может быть сгенерирована с использованием параметризации Вейерштрасса–Эннепера [26, 27]. В соответствии с неявным методом TPMS аппроксимируется с помощью однозначной функции поверхности уровня $f(x,y,z) = c$ [28, 29], где f – различные тригонометрические функции.

Область, ограниченная уравнениями поверхности уровня, представленными в табл. 1, формирует решетку TPMS по неявному методу. Вся решетка может быть разбита на повторяющиеся элементы – элементарные ячейки с длиной “ a ” равной периоду поверхности уровня. Толщина решетки “ δ ” равна разности параметров смещения двух уравнений поверхности уровня $f(x,y,z,a)$.

Ряд программ, основанных на неявном методе, упрощают процесс генерации поверхностей и создают требуемую решетку TPMS в формате .stl. “TPMS Designer” [31] – это инструмент, основанный на программном обеспечении MATLAB, который позволяет быстро создавать, визуализировать и анализировать неявно определенные структуры с использованием строгих математических уравнений. Программное обеспечение позволяет параметрически корректировать размер, соотношение сторон, поворот и разрешение структуры, хотя количество доступных поверхностей не превышает десяти. “Minisurf” [30, 32] обеспечивает визуализацию поверхности и создание файлов моделирования CAD на основе их поверхностных аппроксимаций, определяемых уравнением. Программа использовалась в различных исследованиях для численного изучения механических свойств TPMS [33, 34] и подходов к изготовлению решеток TPMS [35].

Другим заметным программным продуктом для проектирования решеток TPMS является Surface Evolver [36, 37]. Он основан на методе Плато, который требует описания границы поверхности, как правило, в форме многоугольника в R3. Затем поверхность итеративно уточняется для минимизации площади полигональной сетки, которая окружает границу, с учетом ограничений. Эти ограничения могут включать геометрические положения вершин или интегрированные величины.

Таблица 1. Уравнения поверхности уровня TPMS

TPMS	Элементарная ячейка	Уравнение поверхности уровня $f(x, y, z, a) = \delta/2$
Gyroid [30]		$\sin(2\pi y/a)\cos(2\pi x/a) + \sin(2\pi z/a)\cos(2\pi y/a) + \\ + \sin(2\pi x/a)\cos(2\pi z/a) = \delta/2$
Diamond [30]		$\sin(2\pi x/a)\sin(2\pi y/a)\sin(2\pi z/a) + \\ + \sin(2\pi x/a)\cos(2\pi y/a)\cos(2\pi z/a) + \\ + \cos(2\pi x/a)\sin(2\pi y/a)\cos(2\pi z/a) + \\ + \cos(2\pi x/a)\cos(2\pi y/a)\sin(2\pi z/a) = \delta/2$
Fisher–Koch S [30]		$\cos(4\pi x/a)\sin(2\pi y/a)\cos(2\pi z/a) + \\ + \cos(2\pi x/a)\cos(4\pi y/a)\sin(2\pi z/a) + \\ + \sin(2\pi x/a)\cos(2\pi y/a)\cos(4\pi z/a) = \delta/2$

Полигональное уточнение используется для создания более точной триангуляции. Поверхность уточняется до тех пор, пока ни одна вершина триангуляции не может быть перемещена дальше для уменьшения ее площади. В настоящее время Surface Evolver предлагает более 50 различных поверхностей. Программный продукт использовался в многочисленных исследованиях свойств TPMS. Исследование Ли [38] было сосредоточено на изучении упругих свойств архитектурных пен на основе TPMS, включая одноосное и сдвиговое напряжение, индекс анизотропии, коэффициент Пуассона и предел текучести. Далак [39] исследовал механические свойства

3D-печатных композитных материалов с взаимопроникающей фазой с архитектурой TPMS. Ma [40] в ходе исследования механических свойства структур, полученных из Surface Evolver, также выявил, что эти TPMS конструкции превосходят упругоизотропные решетки при равной относительной плотности.

В данном исследовании геометрия расчетных и экспериментальных моделей основана на нулевых поверхностях уровня TPMS, сформированных в программном обеспечении Surface Evolver. Первым шагом процесса создания геометрии TPMS было получение облака точек с помощью программного обеспечения Surface Evolver. Процесс создания облака точек начался с загрузки входных данных для требуемой TPMS из библиотеки Кена Бракке [37]. С использованием встроенных функций Surface Evolver был построен кубический каркас из одной элементарной ячейки. Затем каркас был итеративно уточнен для достижения поверхности с минимальной площадью и минимальной средней кривизной.

Полученная TPMS из эволюции кубического каркаса была экспортирована как облако точек. Полученное облако точек содержало дополнительные для построения точки в количестве 2–3%. После удаления дополнительных точек результаты импортировались в Solidworks. Функция “Scan To 3D” использовалась для преобразования облака точек в граненую поверхность. С помощью встроенных функций Ansys модуля SpaceClaim Direct Modeler из поверхности формировалась твердотельная структура TPMS, ограниченная двумя эквидистантными поверхностями, отделенными друг от друга на величину “ δ ” (табл. 1). Расстояние от центра одной ячейки до центра другой соответствует периоду функции или длине ребра куба “ a ”, вписанного в ячейку. Полученная геометрическая модель использовалась для 3D печати опытных образцов, а также проведения численного моделирования в программном комплексе Ansys.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Для исследования теплопроводящих свойств TPMS структур используется методология исследования пористых материалов с упорядоченной структурой [21]. Совместно с методом репрезентативного элементарного объема (REV-метод, от англ. “representative elementary volume”) в исследовании используется метод гомогенизации среды. Согласно REV-методу выбирается минимальный объем, воспроизводящий свойства исследуемой системы, — элементарная ячейка, а полученные результаты обобщаются на весь исследуемый объем. Коэффициент эффективной теплопроводности пористых материалов согласно гомогенизированной модели стационарного режима переноса тепла при граничных условиях первого рода описывается уравнением:

$$\lambda_{eff} = \frac{-\bar{q}_s S}{a \Delta T}, \quad (1)$$

где q_s — удельный тепловой поток, проходящий через сечение ячейки, Вт m^{-2} ; S — площадь сечения ячейки, m^2 ; a — размер периода поверхности уровня, м; ΔT — разница температур, заданных на противоположных границах ячейки, $^{\circ}C$.

Так как площадь сечения ячейки зависит от периода поверхности уровня “ a ” и параметра смещения двух уравнений поверхности уровня “ δ ”, была введена безразмерная относительная толщина:

$$\chi = \frac{\delta}{a}. \quad (2)$$

Использование такой безразмерной величины позволяет обобщать полученные результаты моделирования.

В рамках текущего исследования в качестве материалов конструкций TPMS выбраны: PHP [21], Hastelloy-X, Ti6Al4V [41], 3YSZ [42]. Выбор таких материалов обусловлен возможностью изготовления структур TPMS при помощи аддитивных технологий и последующей экспериментальной верификацией.

САЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Уравнение переноса тепла в конструкции TPMS в общем виде в декартовой системе координат может быть записано как:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q, \quad (3)$$

где T – температура, °C; ρ – плотность материала, кг м⁻³; c – удельная теплоемкость материала, Дж кг⁻¹ °C⁻¹; λ – коэффициент теплопроводности материала, Вт м⁻¹ °C⁻¹; Q – объемная плотность тепловых источников, Вт м⁻³.

В случае, если свойства материала приняты постоянными и независимыми от температуры, а источники тепла отсутствуют, уравнение 3 может быть записано:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (4)$$

При решении уравнения 4 для переноса тепла внутри TPMS конструкции традиционными аналитическими методами [43–46] возникает ряд трудностей. Развитие технологий компьютерного моделирования позволяет получать численные решения задач теплофизики с требуемой точностью за сравнительно короткое время. По этой причине для дальнейшего исследования теплофизических свойств были выбраны численные методы конечных элементов, реализованные в программном комплексе Ansys.

Геометрическая модель TPMS структур экспортировалась в модуль “Steady-State Thermal” для формирования расчетной сетки и задания граничных условий (рис. 26). Разница температур на двух противоположных сторонах REV объема составляет 24°C, а свойства материала приняты постоянными и независимыми от температуры. В работе были рассмотрены элементарные ячейки поверхностей Fisher–Koch S (FKS), Diamond (D), Gyroid (G) с характерными размерами: толщина стенки “ δ ” = 0.1–0.5 мм; размер периода поверхности уровня “ a ” = 5–10 мм.

Анализ чувствительности сетки проводился для измерения точности моделирования в отношении количества ячеек сетки. Были приняты и сравнены пять размеров элементов сетки для каждой геометрии TPMS. Результат эффективной теплопроводности, полученный на самой мелкой сетке, сравнивался с результатами, полученными на других сетках, и оценивалась процентная разница. Результаты исследования независимости сетки представлены на рис. 2а. Таким образом, для расчета использовались модели, процентное расхождение тепловых потоков которых было меньше 1%, для экономии вычислительного времени и сохранения точности расчета.

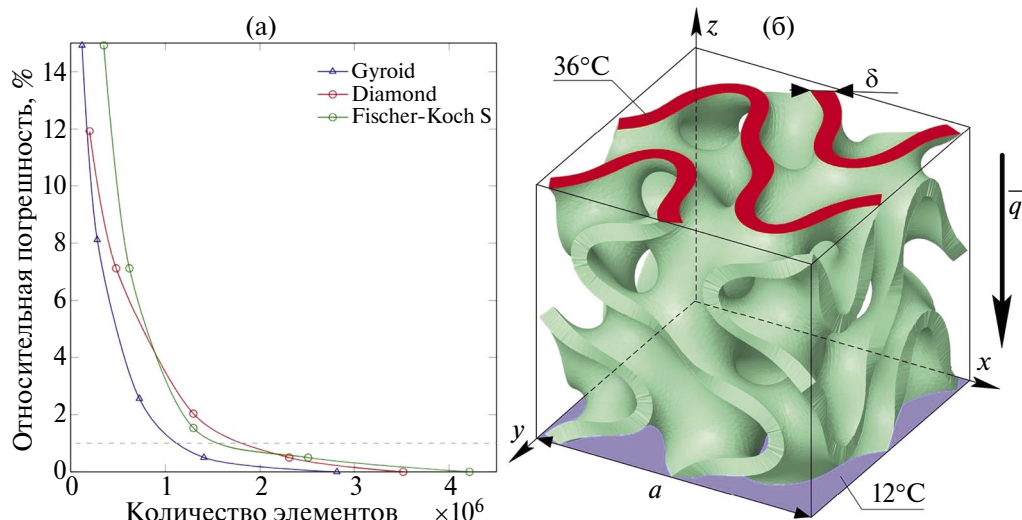


Рис. 2. CAE моделирование: (а) анализ чувствительности сетки; (б) модель FKS с заданными граничными условиями.

НАТУРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Развитие технологий аддитивного производства позволяет создавать образцы со сложной геометрией. Эти сложные геометрии формируются в программном обеспечении CAD. Поэтому производство образца делится на несколько этапов.

Первый этап – формирование CAD модели, который был подробно описан в разделе “формирование геометрии”. Второй этап включал в себя настройку печати. Для печати образцов была выбрана технология LCD (от англ. Liquid Crystal Display), поскольку она обеспечивает высокую точность изготовления. Для процесса 3D-печати использовался принтер Phrozen Sonic Mighty 4K. В качестве полимерного материала (PHF) был выбран Phrozen Aqua. Образец геометрии САПР импортируется в программу Chaturbox Basic, где располагается вертикально, что приводит к удалению большей части жидкого полимера из конструкции уже во время печати.

Заключительным этапом производства образца является постобработка готовой модели. После печати модель тщательно промывается в специальной жидкости для удаления остатков фотополимерной смолы. Затем промытый образец подвергается воздействию ультрафиолетового света для окончательного отверждения модели.

Образцы, представленные на рис. 3б, использовались для проведения натурных экспериментов на сертифицированной экспериментальной установке ИТП-МГ “100” (рис. 3а) с целью верификации результатов, полученных в ходе CAE моделирования. Основными элементами этого аппарата являются нагревательный элемент, система охлаждения, термоизолированный короб и контроллер. Сопротивление термического контакта между образцом и нагревающейся/охлаждающей сторонами было уменьшено с помощью термопасты. Верхняя сторона образца нагревалась с помощью нагревательного элемента до постоянной температуры $36^\circ \pm 0.5^\circ\text{C}$, а нижняя сторона охлаждалась до температуры $12^\circ \pm 0.5^\circ\text{C}$ с помощью системы

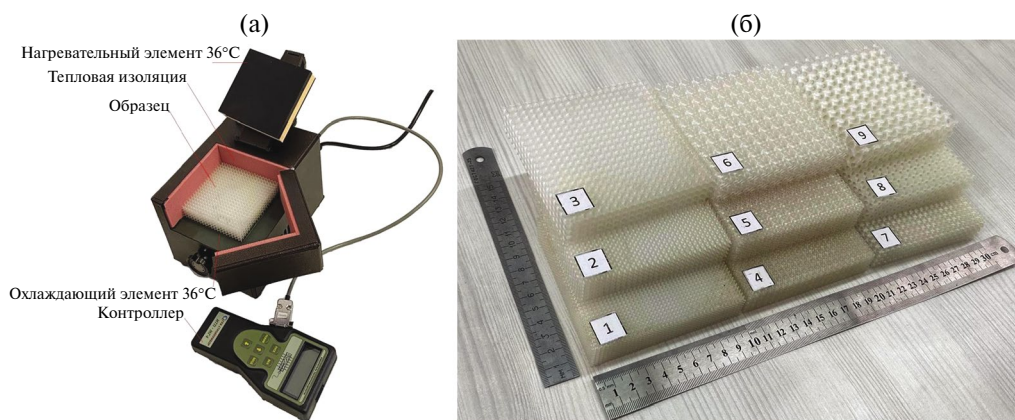


Рис. 3. Натурный эксперимент: (а) Схема лабораторной установки ИТП-МГ “100”; (б) Опытные образцы, основанные на TPMS типа Diamond (1–3), Fisher–Koch S (4–6), Gyroid (7–9).

охлаждения. Максимальная систематическая погрешность определения коэффициента теплопроводности и термического сопротивления в стационарном режиме в данной экспериментальной установке составляет $\pm 5\%$, по данным производителя. Измерения проводились 5 раз для каждого образца, а случайная погрешность рассчитывалась следующим образом:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}, \quad (5)$$

где N – количество измерений; x_i – результат отдельного измерения; \bar{x} – среднее значение измерений. Также в ходе CAE моделирования не учитывается воздух, находящийся в межпоровом пространстве опытного образца. В связи с этим эффективная теплопроводность каркаса конструкции TPMS без учета теплопроводности воздуха по параллельной модели может определиться следующим уравнением:

$$\lambda_{eff} = \frac{hq}{T_1 - T_2} - \varepsilon \lambda_g, \quad (6)$$

где h – толщина образца, м; T_1 и T_2 – температуры на противоположных сторонах образца, °C; ε – пористость; λ_g – теплопроводность воздуха, Вт м⁻¹ °C⁻¹. Использование параллельной модели для исключения влияния воздуха также увеличивает диапазон неопределенности. Геометрические размеры образцов и результаты эксперимента с учетом неопределенности сведены в табл. 2.

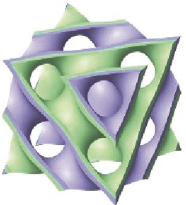
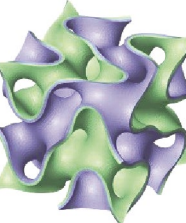
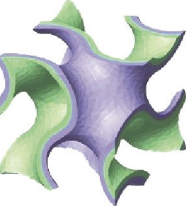
РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

В ходе исследования было определено распределение тепловых потоков при переносе тепла внутри TPMS конструкций. Области с максимальным тепловым потоком вызывают значительные температурные напряжения, которые важно учитывать при разработке оребрения теплообменного оборудования. Исходя из рис. 4,

во всех структурах в местах пересечения ребер ячейки имеются минимумы тепловых потоков. Максимумы тепловых потоков расположены на ребрах ячейки, где тепловая энергия может передаваться закрученному потоку [10]. Наименьшее количество зон с минимумами тепловых потоков отмечается у структуры Gyroid, что приводит к равномерной передаче тепла потоку [47]. Однако площадь поверхности Gyroid меньше, чем у других рассмотренных поверхностей, что снижает общую эффективность теплопередачи [48]. Структуры Diamond и Fisher–Koch S имеют более обширные области с максимальными тепловыми потоками, но из-за постоянного изменения направления потока и перемешивания структуры могут демонстрировать высокий коэффициент теплоотдачи [49, 50]. Также большая извилистость структур может увеличивать путь потока и, соответственно, время взаимодействия между жидкостью и твердой стенкой [51].

В ходе математического моделирования переноса тепла в конструкциях Gyroid, Diamond и Fisher–Koch S из различных материалов была определена зависимость эффективной теплопроводности от геометрических параметров. На рис. 5 представлены обобщенные результаты эффективной теплопроводности для материалов

Таблица 2. Геометрические параметры образцов

Элементарная ячейка		№	Период a , мм	Толщина δ , мм	Размер образца, мм	Пористость ϵ	Теплопроводность образца λ , Вт $\text{м}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	Теплопроводность каркаса λ_{eff} , Вт $\text{м}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Diamond		1	5	0.5	$100 \times 100 \times 20$	0.63	0.149 ± 0.009	0.1327 ± 0.013
		2	7	0.3	$98 \times 98 \times 21$	0.84	0.081 ± 0.005	0.0592 ± 0.0058
		3	10	0.2	$100 \times 100 \times 20$	0.92	0.052 ± 0.003	0.028 ± 0.0027
Fisher–Koch S		4	5	0.5	$100 \times 100 \times 20$	0.48	0.196 ± 0.012	0.1835 ± 0.018
		5	7	0.3	$98 \times 98 \times 21$	0.77	0.103 ± 0.006	0.083 ± 0.0081
		6	10	0.2	$100 \times 100 \times 20$	0.89	0.063 ± 0.004	0.0398 ± 0.0039
Gyroid		7	5	0.5	$100 \times 100 \times 20$	0.7	0.113 ± 0.007	0.0949 ± 0.0093
		8	7	0.3	$98 \times 98 \times 21$	0.87	0.064 ± 0.004	0.0414 ± 0.0041
		9	10	0.2	$100 \times 100 \times 20$	0.94	0.043 ± 0.003	0.0186 ± 0.0018

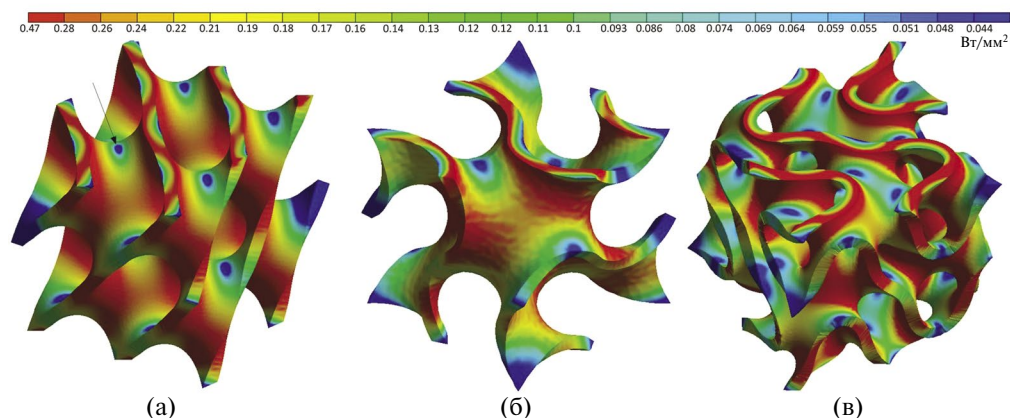


Рис. 4. Распределение тепловых потоков: (а) конструкция на основе Diamond; (б) конструкция на основе Gyroid; (в) конструкция на основе Fisher–Koch S.

PNP. Результаты CAE моделирования структур Gyroid, Diamond и Fisher–Koch S, изготовленных из других материалов, имеют схожий вид. Толщина и периодическая длина TPMS оказывает значительное влияние на тепловые характеристики конструкций TPMS, что согласуется с анализом потока внутри TPMS [18]. Уменьшение размера ячейки при постоянной толщине оказывает нелинейное влияние на теплопроводящие свойства конструкции, что может быть объяснено пропорциональным уменьшением пористости материала [21]. Из рис. 6 следует, что одинаковые значения теплопроводности могут быть получены при различных комбинациях толщины и длины ячейки. Это было отмечено и для других топологий TPMS, рассмотренных ранее [52]. Наибольшую эффективную теплопроводность демонстрирует конструкция на основе Fisher–Koch S, превосходя Diamond на 40% и Gyroid на 96%.

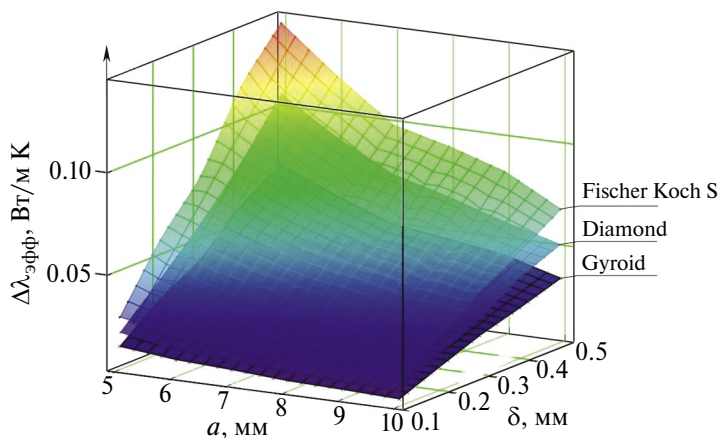


Рис. 5. Распределение эффективной теплопроводности конструкций Diamond, Gyroid, Fisher–Koch S из материала PNP.

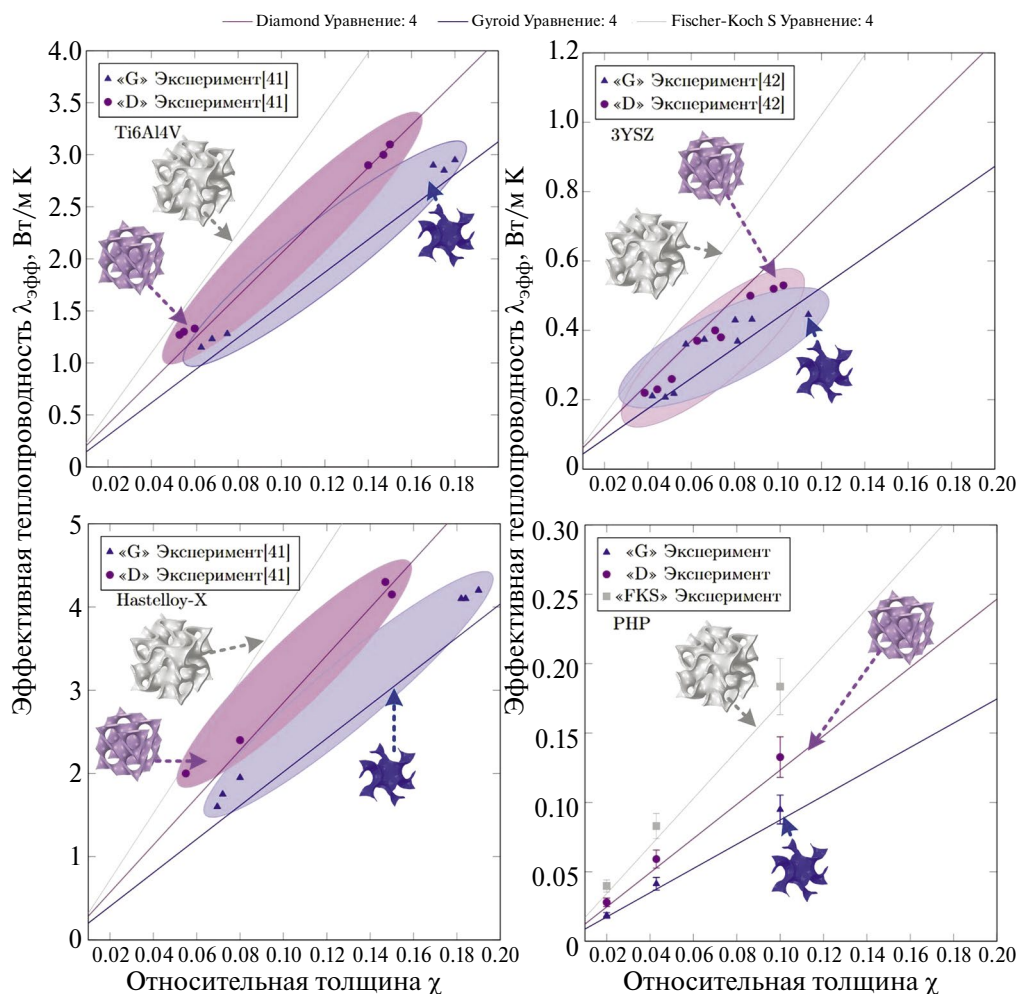


Рис. 6. Эффективная теплопроводность конструкций на основе TPMS из материалов RHP, Hastelloy-X [41], Ti6Al4V [41], 3YSZ [42], полученная в ходе CFD моделирования и натурального эксперимента.

Используя введенный ранее параметр относительной толщины “ χ ”, результаты численного моделирования и натурального эксперимента можно обобщить в графики, представленные на рис. 6. Результаты численного моделирования согласуются с результатами собственного, а также независимого [41, 42] эксперимента. Наибольшее расхождение результатов CAE моделирования теплопереноса и эксперимента наблюдается для TPMS конструкций из материалов RHP. Для конструкций из RHP результаты, полученные в ходе натурального эксперимента переноса тепла, демонстрируют значения больше на 7–13% по сравнению с CAE моделированием. Это объясняется влиянием конвекции в опытном образце, возникающей в ходе натурального эксперимента, которая не была учтена в ходе CAE моделирования. Для других

материалов расхождение САЕ моделирования с натурным экспериментом не превышает 5%. Это объясняется большей теплопроводностью материалов Hastelloy-X, Ti6Al4V, 3YSZ по сравнению с РНР, что уменьшает влияние теплопроводности и конвекции воздуха в межпоровом пространстве [53]. Таким образом, влиянием конвекции можно пренебрегать для TPMS конструкций на основе Diamond, Gyroid, Fisher–Koch S с длиной ячейки “ a ” в границах 5–10 мм и толщиной “ δ ” в границах 0.1–0.5 мм из материалов с теплопроводностью более 2.249 Вт м⁻¹К⁻¹.

Графики, представленные на рис. 6, имеют схожий вид и могут быть нормализованы по теплопроводности исходного материала. В таком случае эффективная теплопроводность TPMS конструкции может быть описана следующим уравнением:

$$\lambda_{eff} = \beta \lambda_s \chi, \quad (7)$$

где β – константа, учитывающая форму пор и их расположение в структуре TPMS. “ β ” для конструкций TPMS представлена в табл. 3.

Таблица 3. Коэффициенты “ β ”, учитывающие форму пор и их расположение в структуре TPMS для выражения 7

TPMS	Primitive [21]	Gyroid	Schoen’s IWP [21]	Neovius [21]	Diamond	Fisher–Koch S
β	1.6	1.94	2.4	2.45	2.74	3.81

С использованием выражения (7) возможно прогнозирование теплофизических свойств с учетом теплопроводности исходного материала и относительной толщины структуры. Структура Fisher–Koch S ожидаемо продемонстрировала наибольший коэффициент по сравнению с другими структурами, рассмотренными в текущем и предыдущих исследованиях [21]. При одинаковых параметрах периода “ a ” и толщины ячейки “ δ ” эффективная теплопроводность конструкций на основе Fisher–Koch S больше, чем у “Primitive” и Schoen’s IWP на 130% и 58% соответственно. С учетом наибольшей площади поверхности (рис. 1), наибольшей эффективной теплопроводности, минимальных застойных областей [17] структура FKS может демонстрировать увеличение теплопередачи по сравнению с оребрением на основе Primitive [54, 55] или Schoen’s IWP [50].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе были исследованы теплопроводящие свойства пористых материалов с упорядоченной структурой на основе топологии TPMS типа Fisher–Koch S (FKS), Diamond (D), Gyroid (G) на основе численных и экспериментальных методов.

Основные результаты:

1. Определены распределения тепловых потоков при переносе тепла в TPMS конструкциях. Выявлены области с минимальными и максимальными тепловыми потоками, которые могут вызывать температурные напряжения в оребрении тепло-массообменного оборудования.
2. Представлены графики зависимости эффективной теплопроводности от разности параметра смещения двух уравнений поверхности уровня $f(x, y, z, a)$ и периода поверхности уровня TPMS, из которых следует, что толщина решетки “ δ ” и длина ячейки “ a ” оказывают значительное влияние на тепловые характеристики конструкций TPMS.

3. Период поверхности уровня оказывает нелинейное влияние на теплопроводящие свойства конструкции. Одинаковые значения эффективной теплопроводности каркаса могут быть получены при различных комбинациях толщины и длины ячейки.

4. При равных периодах поверхности уровня “ a ” и толщинах решетки “ δ ” конструкция на основе Fisher–Koch S (FKS) демонстрирует на 39%, 96% и 138% большую теплопроводность по сравнению с конструкциями на основе Diamond, Gyroid и Primitive соответственно.

5. Получено эмпирическое уравнения эффективной теплопроводности от длины ячейки “ a ”, толщины решетки “ δ ” и теплопроводности материала, из которого изготовлен каркас. Это уравнение позволяет создавать материалы с заданными свойствами.

Результаты исследования могут стать основой для будущей разработки оребрения на основе TPMS в теплообменном оборудовании. Количество экстремумов тепловых потоков в структуре Gyroid меньше по сравнению с другими рассмотренными структурами, что снижает риск разрушения оребрения от температурных напряжений. Однако площадь поверхности и коэффициент “ β ” у конструкции Gyroid меньше, чем у Fisher–Koch S и Diamond, что снижает общую эффективность теплопередачи. Структура Fisher–Koch S может быть рассмотрена в качестве оребрения теплообменного оборудования, поскольку конструкция FKS демонстрирует максимальную среди рассмотренных TPMS площадь поверхности, эффективную теплопроводность и минимальные застойные области [17]. Для увеличения теплопроводности, а соответственно и энергии, передаваемой за счет оребрения, рекомендуется уменьшать период поверхности уровня TPMS, что приведет к росту потерь давления [56]. В дальнейшем планируется проведение исследования взаимосвязанных процессов переноса в канале с оребрением, основанным на поверхностях FKS и Diamond.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10044, <https://rscf.ru/project/23-79-10044/>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Liu P. et al.* Experimental study on the thermal-hydraulic performance of a tube-in-tube helical coil air–fuel heat exchanger for an aero-engine // *Energy*, 2023. V. 267. P. 126626.
2. *Ma Z. et al.* Shading effect and energy-saving potential of rooftop photovoltaic on the top-floor room // *Solar Energy*. 2023. V. 265. P. 112099.
3. *Fan Z. et al.* Investigation on heat transfer enhancement of phase change material for battery thermal energy storage system based on composite triply periodic minimal surface // *Journal of Energy Storage*. 2023. V. 57. P. 106222.
4. *Fan Z., Gao R., Liu S.* Thermal conductivity enhancement and thermal saturation elimination designs of battery thermal management system for phase change materials based on triply periodic minimal surface // *Energy*. 2022. V. 259. P. 125091.
5. *Видин Ю.В., Злобин В.С.* Нелинейная нестационарная теплопроводность плоского тела // *Известия Российской академии наук. Энергетика*. 2020. № 6. С. 76–80.
6. *Видин Ю.В., Казаков Р.В.* Расчет температурного поля в плоском ламинарном потоке жидкости, обогреваемом с одной стороны // *Известия Российской академии наук. Энергетика*. 2022. № 6. С. 64–67.

7. Зудин Ю.Б., Уртенев Д.С., Устинов В.С. Анализ сопряженной задачи “испарение-теплопроводность” // Изв. РАН. Энергетика. 2020. № 1. С. 138–158.
8. Tsai Y.C., Liu F.B., Shen P.T. Investigations of the pressure drop and flow distribution in a chevron-type plate heat exchanger // International communications in heat and mass transfer. 2009. V. 36. № 6. P. 574–578.
9. Gürel B. et al. Investigation on flow and heat transfer of compact brazed plate heat exchanger with lung pattern // Applied Thermal Engineering. 2020. V. 175. P. 115309.
10. Attarzadeh R., Attarzadeh-Niaki S. H., Duwig C. Multi-objective optimization of TPMS-based heat exchangers for low-temperature waste heat recovery // Applied Thermal Engineering. 2022. V. 212. P. 118448.
11. Kaur I., Singh P. Critical evaluation of additively manufactured metal lattices for viability in advanced heat exchangers // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2021. V. 168. P. 120858.
12. Lotfi B., Sunden B.A. A novel trussed fin-and-elliptical tube heat exchanger with periodic cellular lattice structures // International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. 2022. V. 33. № 3. P. 1076–1115.
13. Yeranee K., Rao Y. A review of recent investigations on flow and heat transfer enhancement in cooling channels embedded with triply periodic minimal surfaces (TPMS) // Energies. 2022. V. 15. № 23. P. 8994.
14. Qureshi Z. A. et al. Heat transfer performance of a finned metal foam-phase change material (FMF-PCM) system incorporating triply periodic minimal surfaces (TPMS) // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2021. V. 170. P. 121001.
15. Han L., Che S. An overview of materials with triply periodic minimal surfaces and related geometry: from biological structures to self-assembled systems // Advanced Materials. 2018. V. 30. № 17. P. 1705708.
16. Rathore S.S. et al. Flow characterization in triply periodic minimal surface (TPMS)-based porous geometries: Part 1 – Hydrodynamics // Transport in Porous Media. 2023. V. 146. № 3. P. 669–701.
17. Брагин Д.М., Мустафин Р.М., Попов А.И., Зинина С.А., Еремин А.В. Исследование аэродинамических процессов в пористых материалах на основе трижды периодических минимальных поверхностей // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2024. Т. 26. № 5. С. 66–78.
18. Attarzadeh R., Rovira M., Duwig C. Design analysis of the “Schwartz D” based heat exchanger: A numerical study // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2021. V. 177. P. 121415.
19. Kus K. et al. Numerical and experimental investigation of the gyroid heat exchanger // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2024. V. 231. P. 125882.
20. Wang J. et al. Investigation on flow and heat transfer in various channels based on triply periodic minimal surfaces (TPMS) // Energy Conversion and Management. 2023. V. 283. P. 116955.
21. Bragin D.M., Popov A.I., Eremin A.V. The thermal conductivity properties of porous materials based on TPMS // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2024. V. 231. P. 125863.
22. Wohlgemuth M. et al. Triply periodic bicontinuous cubic microdomain morphologies by symmetries // Macromolecules. 2001. V. 34. № 17. P. 6083–6089.
23. Blanquer S.B.G. et al. Surface curvature in triply-periodic minimal surface architectures as a distinct design parameter in preparing advanced tissue engineering scaffolds // Biofabrication. 2017. V. 9. № 2. P. 025001.

24. *Michielsen K., Kole J.S.* Photonic band gaps in materials with triply periodic surfaces and related tubular structures // *Physical Review B*. 2003. V. 68. № 11. P. 115107.
25. *Rajagopalan S., Robb R.A.* Schwarz meets Schwann: design and fabrication of biomorphic and durataxic tissue engineering scaffolds // *Medical image analysis*. 2006. V. 10. № 5. P. 693–712.
26. *Callens S.J.P. et al.* Decoupling minimal surface metamaterial properties through multi-material hyperbolic tilings // *Advanced Functional Materials*. 2021. V. 31. № 30. P. 2101373.
27. *Feng J. et al.* Triply periodic minimal surface (TPMS) porous structures: from multi-scale design, precise additive manufacturing to multidisciplinary applications // *International Journal of Extreme Manufacturing*. 2022. V. 4. № 2. P. 022001.
28. *Yoo D. J.* Porous scaffold design using the distance field and triply periodic minimal surface models // *Biomaterials*. 2011. V. 32. № 31. P. 7741–7754.
29. *Vijayavenkataraman S., Kuan L.Y., Lu W.F.* 3D-printed ceramic triply periodic minimal surface structures for design of functionally graded bone implants // *Materials & Design*. 2020. V. 191. P. 108602.
30. *Hsieh M.T., Valdevit L.* Minisurf – A minimal surface generator for finite element modeling and additive manufacturing // *Software Impacts*. 2020. V. 6. P. 100026.
31. *Jones A. et al.* TPMS designer: A tool for generating and analyzing triply periodic minimal surfaces // *Software Impacts*. 2021. V. 10. P. 100167.
32. *Hsieh M. T., Valdevit L.* Update (2.0) to Minisurf – A minimal surface generator for finite element modeling and additive manufacturing // *Software Impacts*. 2020. V. 6. P. 100035.
33. *Zhang Y., Hsieh M.T., Valdevit L.* Mechanical performance of 3D printed interpenetrating phase composites with spinodal topologies // *Composite Structures*. 2021. V. 263. P. 113693.
34. *Zhang Y.* Mechanical Properties of Architected Materials with Spinodal Topologies: An Experimental Investigation. University of California, Irvine, 2021.
35. *Hsieh M.T., Begley M.R., Valdevit L.* Architected implant designs for long bones: Advantages of minimal surface-based topologies // *Materials & Design*. 2021. V. 207. P. 109838.
36. *Brakke K.A.* The surface evolver // *Experimental mathematics*. 1992. V. 1. № 2. P. 141–165.
37. *Brakke K.A.* Surface evolver manual // Mathematics Department, Susquehanna University, Selinsgrove, PA. 1994. V. 17870. № 2.24. P. 20.
38. *Lee D.W., Khan K.A., Al-Rub R.K.A.* Stiffness and yield strength of architected foams based on the Schwarz Primitive triply periodic minimal surface // *International Journal of Plasticity*. 2017. V. 95. P. 1–20.
39. *Ma Q. et al.* Elastically-isotropic open-cell minimal surface shell lattices with superior stiffness via variable thickness design // *Additive Manufacturing*. 2021. V. 47. P. 102293.
40. *Dalaq A.S., Abueidda D.W., Al-Rub R.K.A.* Mechanical properties of 3D printed interpenetrating phase composites with novel architected 3D solid-sheet reinforcements // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 84. P. 266–280.
41. *Catchpole-Smith S. et al.* Thermal conductivity of TPMS lattice structures manufactured via laser powder bed fusion // *Additive Manufacturing*. 2019. V. 30. P. 100846.
42. *Zhou Z. et al.* Effective Thermal Conductivity and Heat Transfer Characteristics of a Series of Ceramic Triply Periodic Minimal Surface Lattice Structure // *Advanced Engineering Materials*. 2023. V. 25. № 17. P. 2300359.
43. *Карташов Э.М., Крылов С.С.* Новые аналитические решения математических моделей теплового удара локально-неравновесного теплообмена // *Изв. РАН. Энергетика*. 2023. № 6. С. 44–60.

44. *Карташов Э.М., Кудинов И.В., Кудинов В.А.* Новые модельные представления нестационарного теплообмена // Изв. РАН. Энергетика. 2019. № 4. С. 67–74.
45. *Видин Ю.В., Злобин В.С.* К расчету нестационарного температурного поля цилиндрического тела // Изв. РАН. Энергетика. 2023. № 1. С. 51–56.
46. *Кротов Г.С.* Аналитическое решение и функция Грина первой краевой задачи нестационарной теплопроводности в ограниченной области с границей, движущейся по корневой зависимости // Изв. РАН. Энергетика. 2021. № 1. С. 149–160.
47. *Chen F. et al.* Heat transfer efficiency enhancement of gyroid heat exchanger based on multidimensional gradient structure design // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2023. V. 149. P. 107127.
48. *Tang W. et al.* Analysis on the convective heat transfer process and performance evaluation of Triply Periodic Minimal Surface (TPMS) based on Diamond, Gyroid and Iwp // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2023. V. 201. P. 123642.
49. *Yan G. et al.* Simulation and experimental study on flow and heat transfer performance of sheet-network and solid-network disturbance structures based on triply periodic minimal surface // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2024. V. 219. P. 124905.
50. *Qian C. et al.* Experimental investigation on heat transfer characteristics of copper heat exchangers based on triply periodic minimal surfaces (TPMS) // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2024. V. 152. P. 107292.
51. *Liang D. et al.* Design, flow characteristics and performance evaluation of bioinspired heat exchangers based on triply periodic minimal surfaces // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2023. V. 201. P. 123620.
52. *Bragin D.M., Popov A.I., Eremin A.V.* Effective Thermal Conductivity of Porous Material Based on TPMS // 2023 5th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). IEEE, 2023. P. 965–968.
53. *Baobaid N. et al.* Fluid flow and heat transfer of porous TPMS architected heat sinks in free convection environment // Case Studies in Thermal Engineering. 2022. V. 33. P. 101944.
54. *Yan G. et al.* Experimental study on flow and heat transfer performance of triply periodic minimal surface structures and their hybrid form as disturbance structure // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2023. V. 147. P. 106942.
55. *Popov A.I., Eremin A.V., Kechin N.N.* Study of heat and mass transfer in a channel with fins based on a triply periodic minimal surface // Urban construction and architecture. 2023. V. 13. № 4. P. 49–56.
56. *Bragin D., Karpilov I., Pashchenko D.* Flow dynamics through cellular material based on a structure with triply periodic minimal surface // Chemical Engineering Science. 2024. C. 120291.

Investigation of the Effective Thermal Conductivity of Materials Based on Triply Periodic Minimal Surfaces of the Diamond, Gyroid, and Fisher–Koch S Types

D. M. Bragin^{a,*}, A. V. Eremin^a

^a*Samara State Technical University, Samara, Russia*

^{*}*e-mail: dimabragin2204@yandex.ru*

The article investigates the thermal conductivity properties of lattices based on the topology of triply periodic minimal surfaces (TPMS) such as Gyroid, Diamond, and Fisher–Koch S. Using numerical and experimental

methods, empirical relationships were established between the effective thermal conductivity of these structures and their geometric parameters as well as the properties of the base material. The derived relationship allows for the creation of materials with specified thermal conductivity characteristics. The advantages and disadvantages of TPMS structures for implementation as fins in heat exchange devices were identified. The Fisher–Koch S structure can be considered for use as heat exchanger fins, as it demonstrates the highest surface area, effective thermal conductivity, and minimal stagnant zones among the TPMS considered. With equal surface period and lattice thickness, the Fisher–Koch S structure shows 39% higher thermal conductivity compared to Diamond and 96% higher compared to Gyroid.

Keywords: triply periodic minimal surfaces, effective thermal conductivity, porous material, predicted properties, finning