
УДК 621.313.322-81

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ, ТОКОВ И ПОТЕРЬ В ТРАНСПОНИРОВАННЫХ СТЕРЖНЯХ ОБМОТКИ ЯКОРЯ

© 2024 г. Е. Ф. Кади-Оглы¹, Н. В. Коровкин^{2, *}, И. В. Ильин²

¹Общество с ограниченной ответственностью “Турбинные технологии ААЭМ”,
Санкт-Петербург, Россия

²ФГАОУ ВО “Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого”,
Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: nikolay.korovkin@gmail.com

Поступила в редакцию 29.03.2024 г.

После доработки 19.07.2024 г.

Принята к публикации: 22.07.2024 г.

В статье изложена методика расчета распределения магнитного поля, токов и потерь в транспонированных стержнях обмотки якоря электрической машины. Данная методика основана на моделировании магнитного поля переменных токов методом конечных элементов в плоской постановке с учетом электрической цепи в программном комплексе ELCUT. Методика учитывает идеальность транспозиции проводников стержня якоря по его длине, особенности конструкции пазовой геометрии и выкладки паза якоря. Электрическая цепь моделирует соединение элементарных проводников обмотки якоря с учетом их положений по длине стержня. На основе сравнительного анализа результатов, полученных из специально проведенных численных экспериментов, проведена оценка влияния на результаты расчета различных условий таких, как положение проводников по длине машины при транспозиции и необходимость учета наличия ротора. Анализ выполнен путем сравнения энергетических характеристик: омических и добавочных потерь и их соотношений. Сравнительный анализ результатов расчета показывает приемлемость предлагаемой методики, а методика может быть рекомендована при расчете потерь транспонированных обмоток якорей.

Ключевые слова: электрическая машина, обмотка якоря, транспозиция элементарных проводников, моделирование магнитного поля переменных токов, моделирование процессов в элементарных проводниках обмотки якоря, цепно-полевая постановка

DOI: 10.31857/S0002331024030054

Расчету распределения электромагнитного поля в пазах электрических машин переменного тока посвящено большое количество известных работ отечественных и зарубежных авторов, например [1, 2, 4, 6–8]. Данные работы основаны, прежде всего, на аналитических методах расчета. В связи с развитием вычислительной техники целесообразно применение современных численных методов расчета, которые позволяют проводить детальную оценку распределения поля, плотности тока

и потерь с учетом всех компонентов потока пазового рассеяния в активной зоне машины, особенно в случае необходимости вариации конструкции и материалов выкладки паза.

В статье изложена методика расчета данной задачи на основе конечно-элементного пакета ELCUT [3, 9]. Данный комплекс является российским программным обеспечением, позволяющим решать самые современные различные технические задачи, которые стоят перед отраслями промышленности, строительства, энергетики, методом конечных элементов, имеет высокую апробацию и достоверность результатов расчета.

Рассматриваемая методика расчета основана на решении задачи магнитного поля переменных токов методом конечных элементов в плоской постановке с учетом цепно-полевого подхода и учитывает идеальность транспозиции проводников стержня статора по его длине. В статье выполнена оценка влияния на результаты расчета различных условий, таких как положение проводников при транспозиции и наличие ротора, проведенная на основе сравнительного анализа результатов численных экспериментов, специально выполненных для этой цели.

Методика может быть применена для анализа распределения поля, токов и потерь в стержнях обмоток якорей электрических машин практически любого типа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В общем случае для решения задач магнитного поля переменных токов используются следующие уравнения [5]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} H = j \\ \operatorname{rot} E = -i\omega B \\ \operatorname{div} B = 0 \\ B = \operatorname{rot} A \\ B = \mu H \\ j = gE \end{array} \right.$$

здесь E – комплексный вектор напряженности электрического поля; H – комплексный вектор напряженности магнитного поля; B – комплексный вектор индукции магнитного поля; A – комплексный векторный магнитный потенциал; $j = j_{ext} + j_{eddy}$ – комплексный вектор плотности полного тока, который включает комплексные вектора плотности стороннего $j_{ext} = gE$ и вихревого тока $j_{eddy} = i\omega gA$; μ – тензор магнитной проницаемости среды (в общем случае зависит от координат и напряженности магнитного поля); g – удельная электрическая проводимость среды (в общем случае зависит от температуры, а в трехмерной постановке – от направления координат); $\omega = 2\pi f$ – окружная частота; f – частота переменного тока; i – мнимая единица.

В плоской постановке (x, y) задача формулируется в символах комплексного векторного магнитного потенциала:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - i\omega gA = -j_{ext}.$$

При постановке настоящей задачи приняты следующие допущения, не приводящие, в общем случае, к значительным погрешностям результатов расчета:

1. Рассматривается только пазовая часть на одном зубцовом делении активной зоны сердечника якоря.
2. Рассматривается только один транспонированный стержень, расположенный в пазовой части якоря.
3. Поле плоскопараллельное.
4. Магнитная система ненасыщенная, однородная, изотропная. Принимается, что для стали якоря $\mu = 1000\mu_0$.
5. Сердечник якоря моделируется непроводящим, так как листы сердечника якоря изолируются между собой, а аксиальные (направление z) вихревые токи в железе статора по длине машины отсутствуют.
6. Пазовый клин, изоляция элементарных проводников и переходов транспозиции, корпусная изоляция, все полупроводящие и непроводящие элементы выкладки паза моделируются воздушными промежутками.
7. Магнитное поле перпендикулярно стенкам паза статора.
8. Транспозиция элементарных проводников идеальная.
9. Проводники медные.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

На рис. 1 представлен пример построения геометрии данной задачи с указанием граничных условий и построенной сеткой конечных элементов. Говоря об особенностях построения геометрии данной задачи, следует отметить, что:

- пренебрежение кривизной магнитопровода не вносит большой погрешности в расчеты, но, в случае необходимости уточнения параметров задачи, это может быть учтено путем элементарного преобразования (или перестроения) геометрии области;
- желательное моделирование некоторой области спинки сердечника якоря и воздушного зазора, что позволяет более корректно учесть части потока пазового рассеяния, проходящие через спинку статора и воздушный зазор (рассеяние по коронкам зубцов).

Граничные условия, обусловленные допущением 7, подразумевают установку на правой и левой границе расчетной области равенство нулю касательной составляющей поля (граничное условие Неймана) – $H_\tau = 0$, а на верхней и нижней границе – нормальной составляющей поля (граничное условие Дирихле) – $A = 0$.

В качестве источников поля в задаче задаются сторонние токи в элементарных проводниках стержней статора.

С точки зрения распределения сторонних токов в проводниках стержень якоря может быть представлен в виде схемы замещения, изображенной на рис. 2. Здесь I – ток в стержне, I_k – ток в k -м сплошном проводнике (всего сплошных проводников в стержне – k).

Сопротивления Z_1, \dots, Z_k являются комплексными импедансами каждого из элементарных проводников, которые соответственно равны:

$$Z_1 = R_1 + iX_1; \dots Z_k = R_k + iX_k,$$

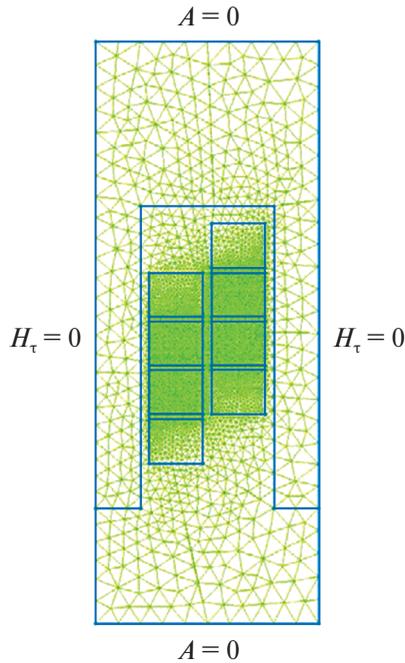


Рис. 1. Геометрическая модель паза якоря, граничные условия, дискретизация области.

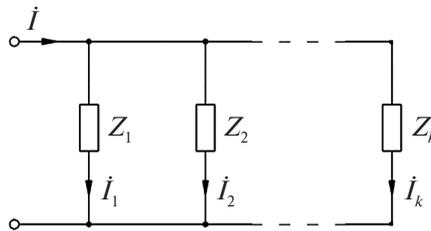


Рис. 2. Схема замещения стержня якоря для задания сторонних токов в проводниках.

где R_1, \dots, R_k – активные сопротивления проводников, X_1, \dots, X_k – индуктивные сопротивления проводников, учитывающие как самоиндукцию каждого проводника, так и взаимоиндукцию между ними.

При идеальной транспозиции проводников каждый проводник по длине стержня занимает все возможные положения относительно его сечения.

В общем случае схема замещения одного из проводников (пусть 1-го) по длине транспонированного стержня представлена в верхней части рис. 3. Здесь, Z_{1N} – импеданс части проводника 1, соответствующий участку, связанному с его определенным положением в пазу по длине сердечника.

Для рассмотрения вопроса корректного задания источников поля в модели, представленной на рис. 1, которая в явном виде не учитывает изменение расположения проводников по длине паза, выполнен численный эксперимент, геометрическая

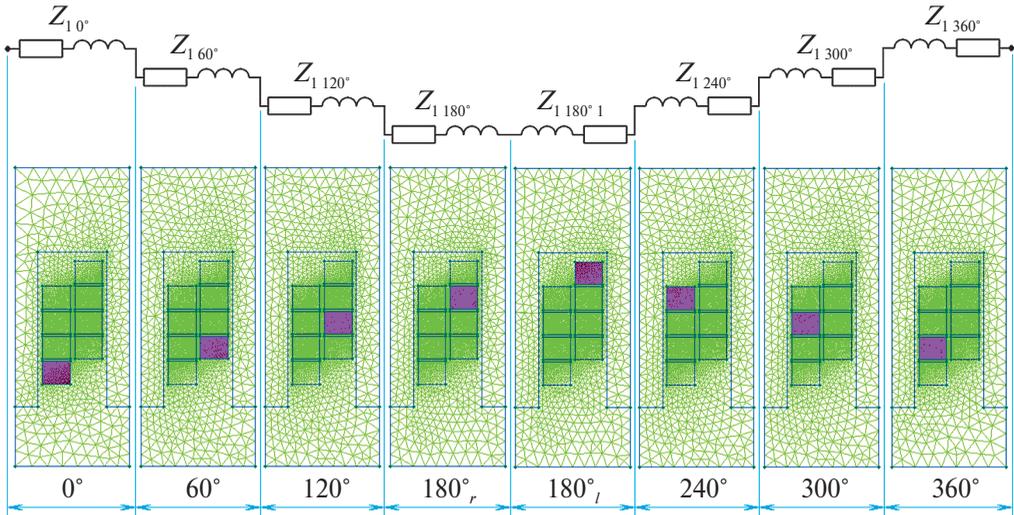


Рис. 3. Модель численного эксперимента.

модель которого представлена в нижней части рис. 3. Размеры, граничные условия и допущения соответствуют модели, представленной на рис. 1.

Одновременно в одной модели ELCUT рассматриваются различные сечения, связанные друг с другом электрической цепью (рис. 4). Рассматриваются участки равной длины по координате z (глубина модели), которая равна $1/8$ длины модели с одним сечением (принимается допущение, что стержень по длине сердечника транспонируется равномерными участками). В электрической цепи, представленной на рис. 4, Т1 (1-1) означает первое сечение слева и закрашенный проводник (на рис. 3 снизу), Т2 (1-1), второе сечение и закрашенный проводник, и т.д. (1-1), (1-2) и т.д. – проводники, которые отсчитываются относительно первого сечения (1-2 – 1-й ряд, 2-й проводник) и которые меняют свое положение в сечениях 2–8. Имеет место последовательное соединение каждого из участков каждого из проводников, что соответствует непрерывности проводника. По концам стержня (в начале и конце) все проводники соединяются параллельно. К общим точкам подводится источник переменного тока с амплитудой $\sqrt{2} \cdot 1000$ А и начальной фазой, равной 0 эл.град., как это показано на рис. 4. При данном соединении проводников мгновенное значение тока в стержне равно:

$i = \sum_{k=1}^M i_k$, где i – ток стержня, i_k – ток в k -м проводнике стержня, M – количество проводников в стержне.

Результаты численного эксперимента представлены на рис. 5.

С точки зрения получения практических знаний и энергетических характеристик оборудования специалистов в области электромеханики интересует распределение плотности тока, поскольку оно определяет распределение удельных потерь (удельной мощности тепловыделения) и потери на единицу длины стержня $Q = \int_V \frac{j^2}{g} dV$.

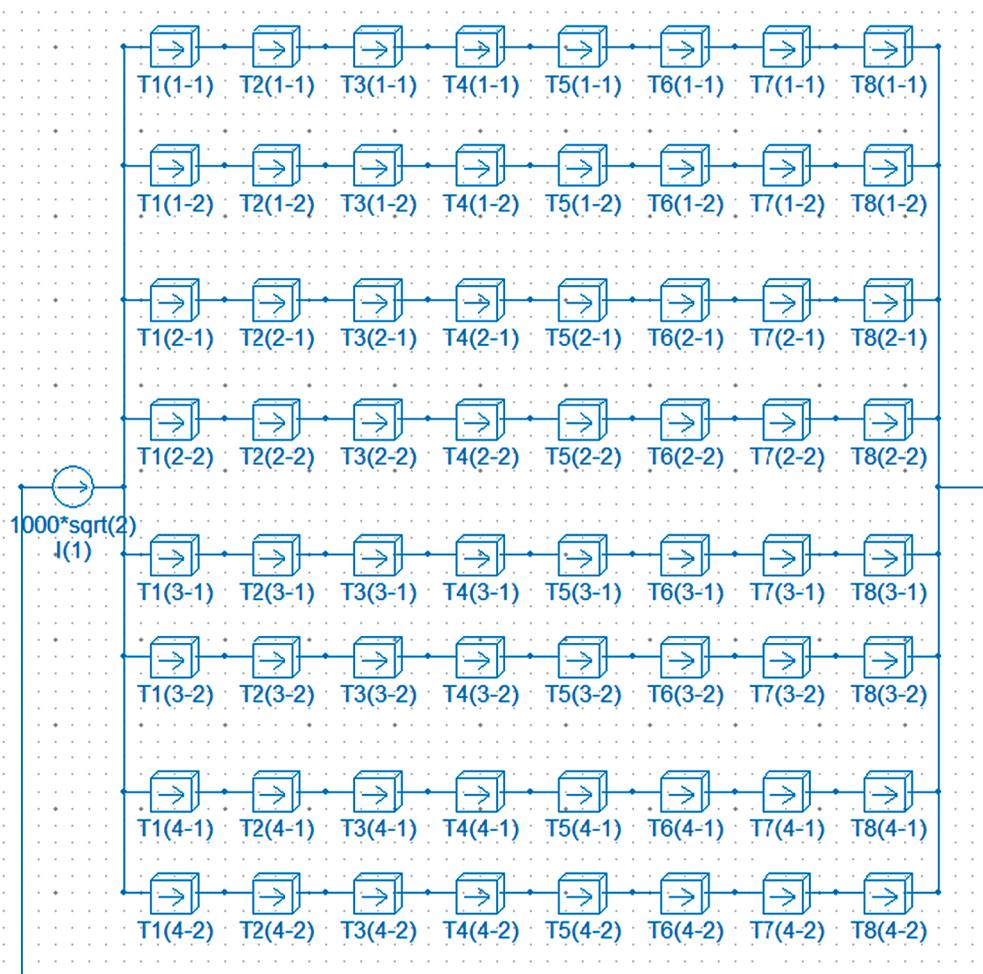


Рис. 4. Электрическая схема ELCUT для задания источников поля.

Фактически, элементарные проводники при транспозиции не переходят из одного положения в другое “скачком”, как это представлено на рис. 3, а занимают промежуточное положение. При этом индуктивности проводников изменяются, что влияет на результат расчета. Для оценки данного влияния выполнен численный эксперимент, аналогичный предыдущему, но с изменением положения верхнего и нижнего проводников стержня из крайнего положения в среднее. Результаты моделирования представлены на рис. 6, откуда видно отсутствие существенного влияния данного эффекта.

В качестве иллюстрации в табл. 1 приведены численные значения потерь (п. 1 и п. 2), позволяющие более детально провести сравнительный анализ.

Результаты проведенных численных экспериментов 1 и 2 показали следующее:

– распределение плотности тока по всем сечением остается неизменным;

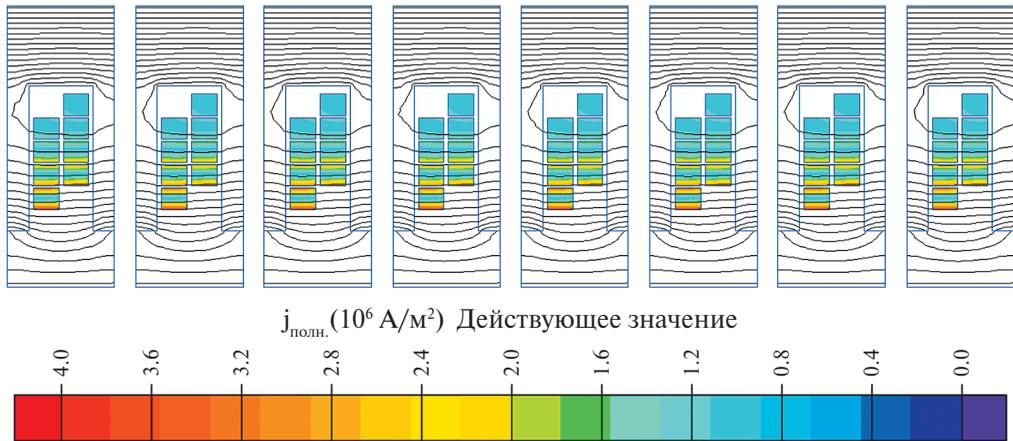


Рис. 5. Результат численного эксперимента 1. Распределение магнитного поля и плотности полного тока.

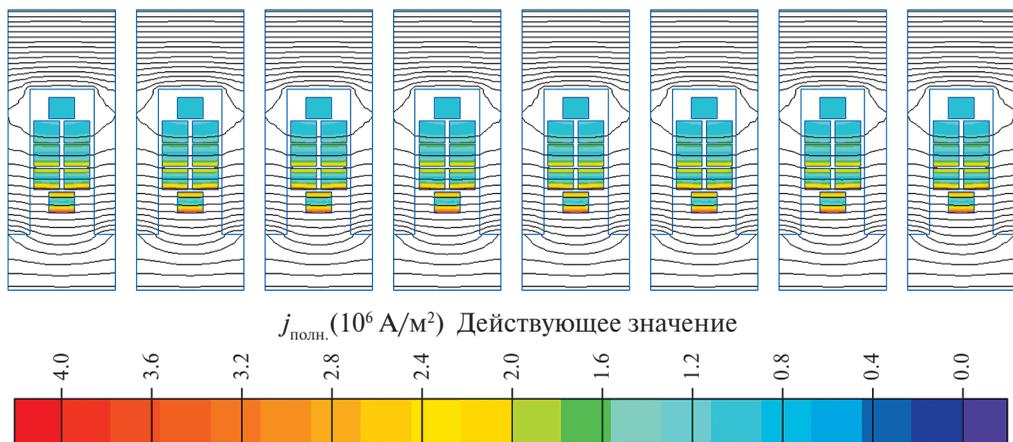


Рис. 6. Результат численного эксперимента 2. Распределение магнитного поля и плотности полного тока.

- распределение магнитного поля остается неизменным;
- удельные потери во всех сечениях распределяются одинаково;
- изменение положения верхнего и нижнего проводников вследствие перехода при транспозиции не оказывает существенного влияния на результат.

Из чего подтверждается вывод, что, если размеры паза и расположение стержня в пазу остаются постоянными, транспозиция полная, то активное и полное индуктивное сопротивление каждого проводника по длине стержня будут одинаковыми ($Z_1 = Z_k, R_1 = R_k, X_1 = X_k$), и равны алгебраической сумме указанных параметров по длине стержня. Следовательно, токи, протекающие в каждом из проводников, также равны между собой, а ток в каждом проводнике равен: $i_k = i/M$ (если $M = 8$, то $i_k = \sqrt{2} \cdot 125 \text{ A}$).

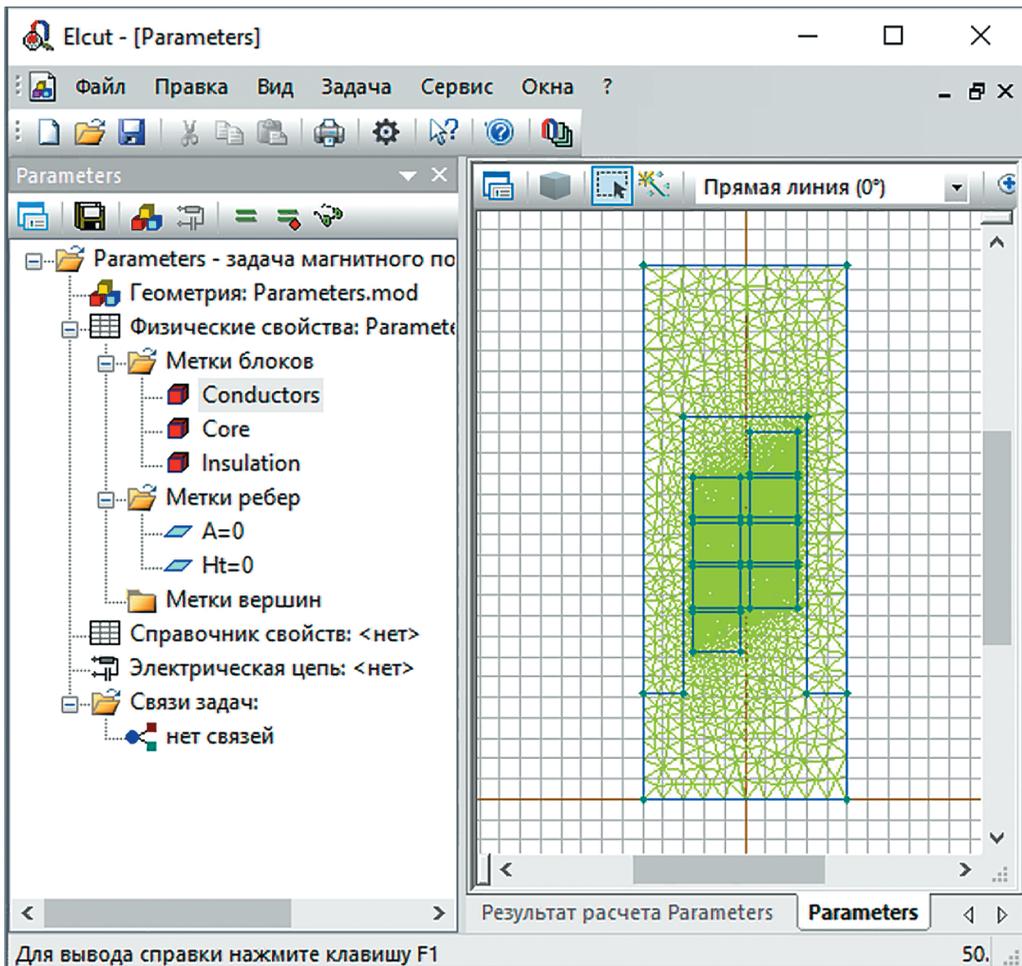


Рис. 7. Модель в ELCUT.

На основании представленных выше выводов постановка данной задачи может быть реализована в модели, представленной на рис. 1, и сведена к расчету только одного сечения стержня при задании в качестве источника поля одинакового значения тока в каждом проводнике данного сечения.

Традиционно, выполняя постановку задачи магнитного поля переменных токов в плоской постановке (x, y), каждый источник поля, задаваемый одинаковыми токами в проводниках, требует создания отдельных свойств. В противном случае это будет аналогично заданию источников поля в параллельно расположенных в направлении плоскости модели (z) проводниках. При постановке данной задачи в программном комплексе ELCUT [3] имеется возможность задания источников поля с учетом задания их соединения, что позволяет существенно упростить операцию постановки задачи, особенно в случае большого количества элементарных проводников стержня.

На рис. 7 представлена конечно-элементная модель данной задачи, реализованная в программном комплексе ELCUT. Следует обратить внимание на малое

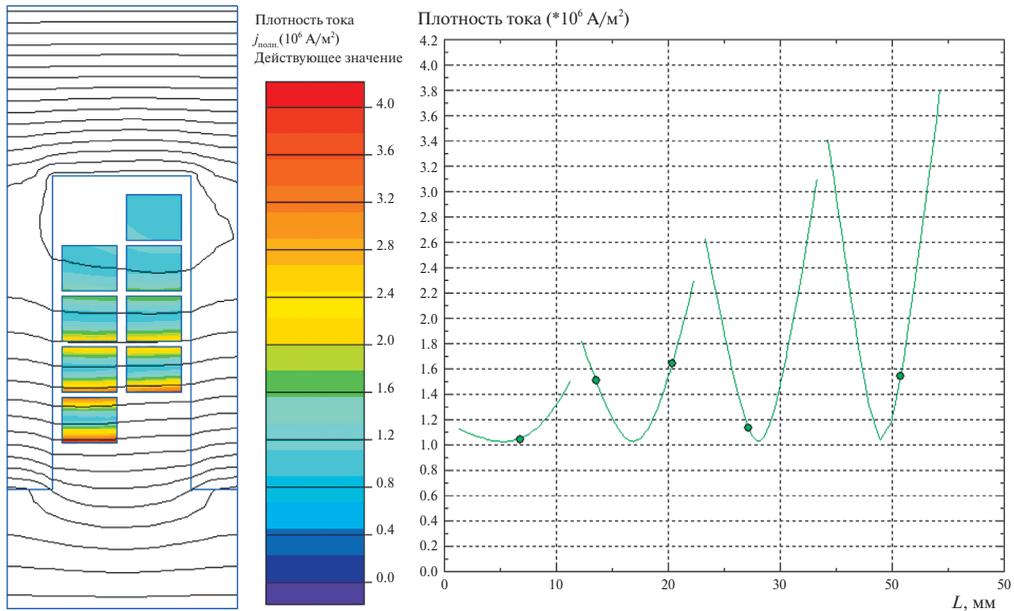


Рис. 8. Распределение магнитного поля и действующего значения плотности тока в проводниках стержня.

количество параметров – физических свойств материалов модели, в которых также задаются источники поля, в частности, в виде сторонних полных токов, что является большим преимуществом с точки зрения упрощения постановки задачи. В данной модели Conductors – элементарные проводники стержня, Core – сердечник якоря, Insulation – воздушные, изоляционные и прочие промежутки, которые моделируются немагнитными и непроводящими блоками, как это описано выше в допущениях. В качестве источника поля в свойстве Conductors установлена величина амплитуды полного стороннего тока, равная $\sqrt{2} \cdot 125 \text{ A}$, и начальная фаза, равная 0 эл.град.

На рис. 8 представлены картины поля и распределения плотности токов в проводниках стержня обмотки якоря. Результаты расчета потерь представлены в табл. 1 (п.3).

Представленная модель не учитывает возможное влияние ферромагнитного ротора. Для оценки данного влияния реализован численный эксперимент 3, модель которого представлена на рис. 9.

Особенности данной модели заключаются в следующем:

- моделируется поперечное сечение активной зоны электрической машины, имеющей 12 пазов, 3 фазы, число полюсов – $2p = 2$. Обмотка однослойная, содержащая 2 витка. На рис. 9 – AX, BY, CZ, XA, YB, ZC – начала и концы секций обмотки;

- детально моделируется только один транспонированный стержень в пазу. Остальные стержни моделируются сплошными и слабо проводящими – служат исключительно источниками поля для формирования вращающегося магнитного поля;

- для получения возможности построения зависимости характеристик паза в ходе расчета диаметр ротора варьировался.

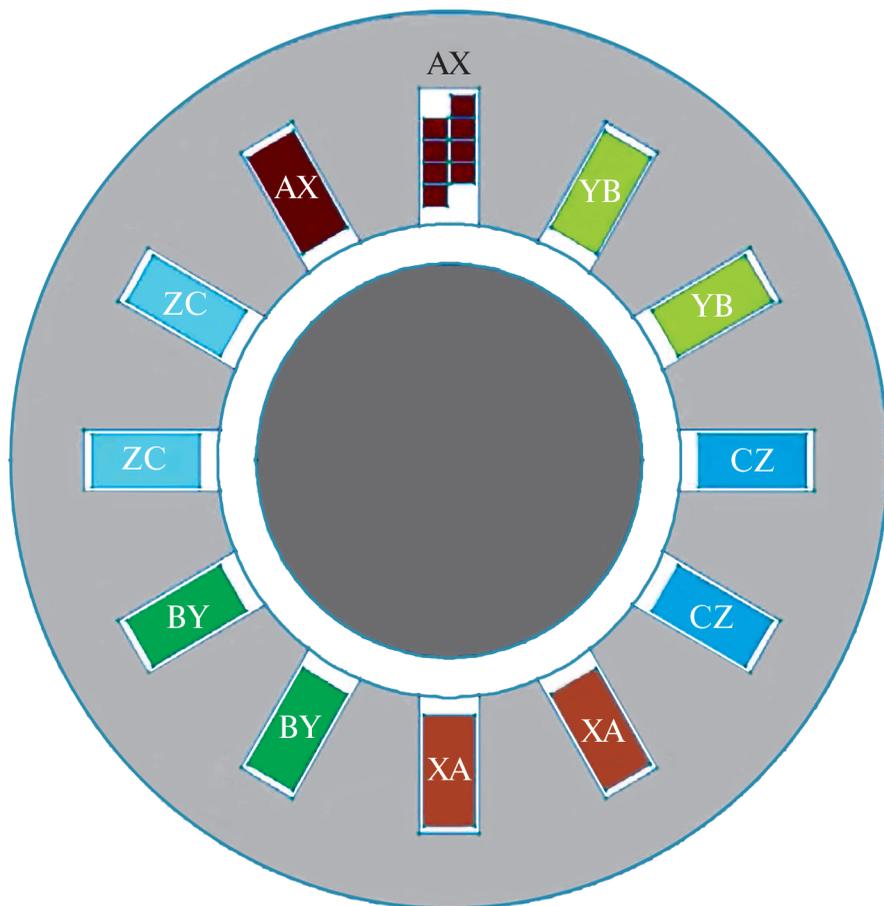


Рис. 9. Модель, учитывающая влияние ротора.

На рис. 10 представлены картина поля и распределение плотности полного тока в данном численном эксперименте. На рис. 11 представлено распределение потерь в данном стержне в зависимости от отношения величины воздушного зазора к ширине открытого паза якоря δ/b_n .

Результаты показывают, что в случае открытой конфигурации паза якоря при $\delta/b_n > 0.6$ отсутствует существенное влияние ротора на результаты расчета потерь в исследуемом стержне.

Практически в электрических машинах с открытой конструкцией паза якоря величина параметра δ/b_n всегда более 0.6, что связано с необходимостью снижения потерь на поверхности сердечника ротора от гармонических якоря зубцового порядка, необходимостью наличия большого воздушного зазора, который определяет такие параметры, как отношение короткого замыкания и статическая перегружаемость (синхронные машины), отвечающие за устойчивость работы машины в сети. Величина потерь в области достижения характеристикой $Q = f(\delta/b_n)$ установившегося характера представлена в табл. 1 (п.4).

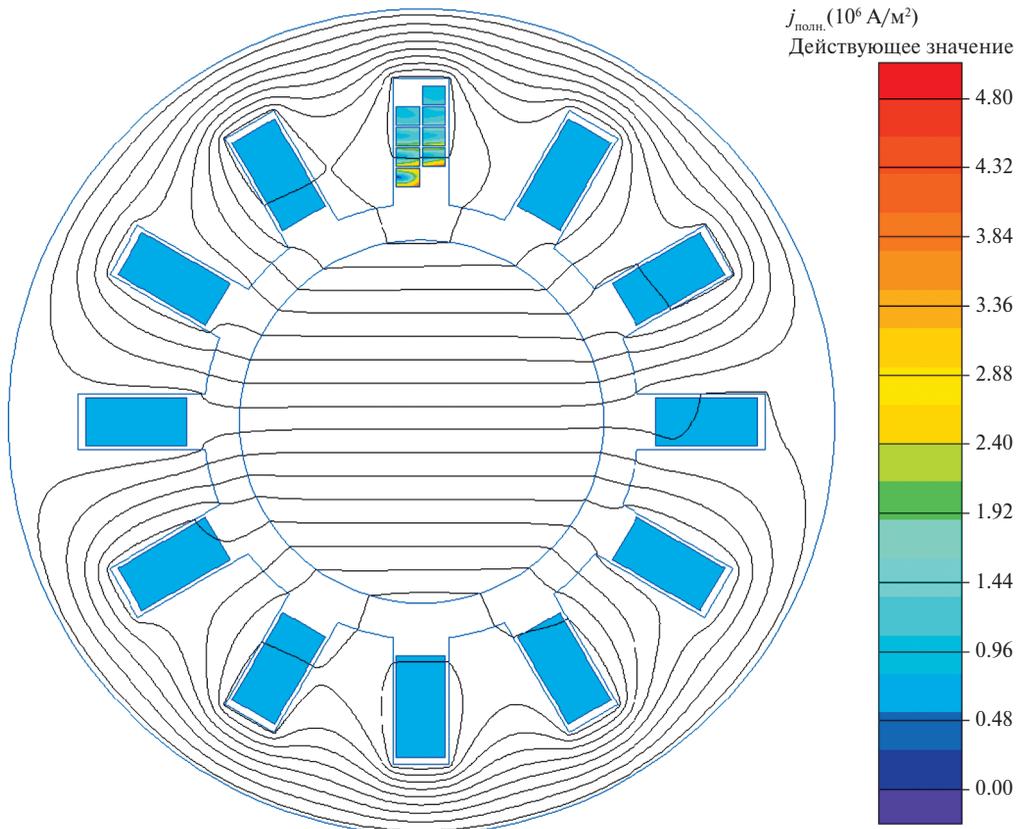


Рис. 10. Результат численного эксперимента 3. Распределение магнитного поля и плотности полного тока.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

Практический интерес представляет количественная оценка “разделенных” на составляющие потерь в стержнях обмотки якоря: омических и добавочных с классической оценкой коэффициента добавочных потерь (Фильда), представляющего собой отношение потерь при переменном токе к потерям на постоянном токе $k_{\Phi} = \frac{Q_{\sim}}{Q_{-}}$. При этом омические потери могут быть определены либо аналитически, либо из расчета поля, используя имеющуюся модель и принимая в качестве частоты задачи магнитного поля переменных токов частоту, близкую к нулю.

В табл. 1 представлены результаты расчета потерь на установленную длину стержня (0.8 м) и коэффициенты Фильда, рассчитанные из расчета поля во всех рассмотренных выше вариантах моделирования и по методике [4].

Для вычисления расхождения, представленного в табл. 1, в качестве базисной величины принята величина коэффициента Фильда в варианте 3 для одиночного стержня.

Следует отметить, что высокая величина коэффициента Фильда в сплошных проводниках (более 2) связана с их большой высотой, что, с одной стороны, необычно,

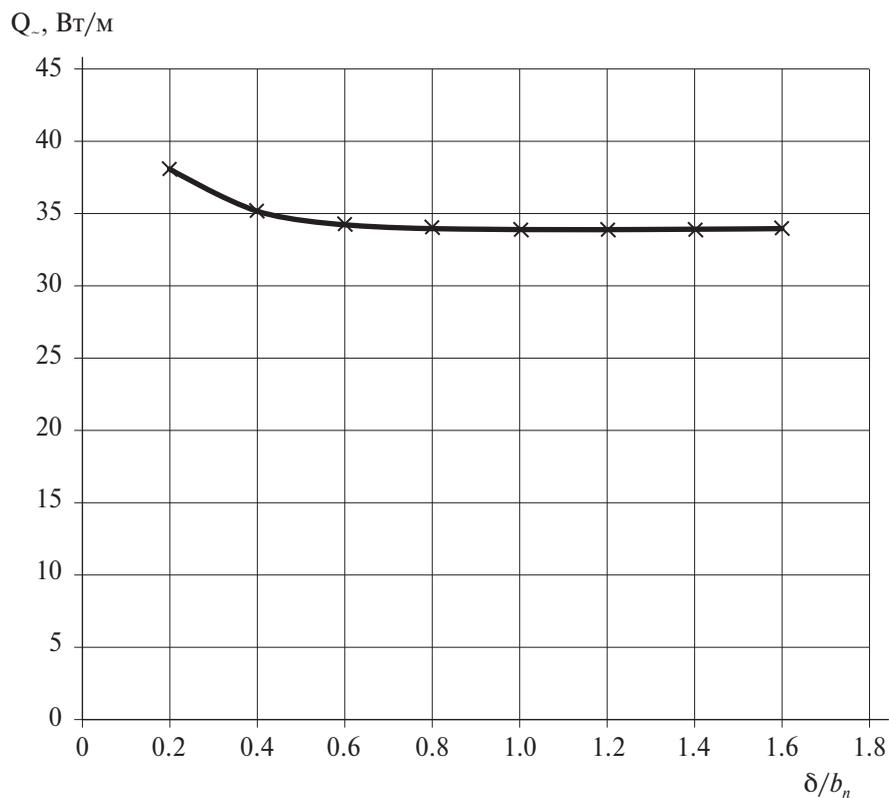


Рис. 11. Результат численного эксперимента 3. Оценка степени влияния воздушного зазора.

Таблица 1.

№ п/п	Вариант модели	Потери, Вт/м		Коэффициент Фильда	
		Q_-	Q_+	k_Φ	Расхождение, %
1	Численный эксперимент 1	34.74	14.62	2.376	0
2	Численный эксперимент 2	34.65	14.62	2.370	-0.25
3	Модель одиночного стержня (рис. 1)	34.74	14.62	2.376	-
4	Численный эксперимент 3 (плато графика на рис. 11)	34.10	14.62	2.332	-1.85
5	Аналитический расчет	30.60	14.62	2.096	-11.79

но с другой – на постановку задачи и методику расчета влияния не оказывают. Для всех вариантов величина омических потерь является величиной постоянной, поскольку рассчитывается достаточно точно, в том числе аналитически, и не определяется изменением магнитного поля.

Сравнительный анализ коэффициентов Фильда показывает, что варианты 1–3 являются идентичными. Расхождение результатов численного эксперимента 2 (учет промежуточного положения проводника при его переходе) относительно вариантов 1 и 3 является незначительным и составляет 0.25%. Расхождение результатов численного эксперимента 3 (учет влияния ротора) по сравнению с основным вариантом составляет 1.85% и объясняется упрощенной моделью машины с малым количеством пазов и соответствует инженерной точности. В практике, когда число пазов в машине больше, а количество пазов на полюс и фазу выше 2, лучшее распределение обмотки способствует более равномерному распределению поперечного потока рассеяния обмотки якоря, что однозначно приблизит результаты к вариантам 1–3.

Расхождение между результатом аналитического расчета коэффициента Фильда (11.79%) является приемлемым.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье изложена методика расчета транспонированного стержня якоря на основе решения задачи магнитного поля переменных токов в программном комплексе ELCUT, которая учитывает особенности и преимущества данного программного продукта.

Для оценки обоснованности постановки и достоверности результатов разработанной модели (в виде одиночного стержня) выполнен ряд численных экспериментов, показывающих:

- возможность упрощения модели за счет задания в качестве источников поля одинаковых значений сторонних токов в элементарных проводниках независимо от их исходного положения. В случае идеальной транспозиции расхождение методик отсутствует;

- приемлемость применяемой методики в случае влияния перехода проводников при транспозиции. Расхождение составляет 0.25%;

- инженерную точность результатов в случае допущения о не влиянии ротора на результаты моделирования при соотношении параметра $\delta/b_{\text{п}} > 0.6$. Расхождение составляет менее 2%.

Результаты сравнительного анализа результатов расчета показывают приемлемость предлагаемой методики, а методика может быть рекомендована при расчете потерь якорей транспонированных обмоток переменного тока при проектировании и анализе электрических машин.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-28-01796, <https://rscf.ru/project/24-28-01796/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Haldemann J.* Transposition in Stator Bars of Large Turbogenerators, IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 19, Nr 3, Sept., 2004, pp. 555–560.
2. *Бобков Ю.А.* Метод исследования транспозиции проводников стержня обмотки статора по обобщенным схемам. Электричество, 1987. № 8.
3. ELCUT: Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.6. Руководство пользователя / ООО “Тор”. – [б. м.]: Издательские решения, 2023. 290 с.
4. *Титов В.В., Хуторецкий Г.М.* и др. Турбогенераторы. Расчет и конструкция. Л.: Энергия, Ленинградское отделение, 1967. – 895 с.
5. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Уч-к для вузов. Том 3. 4-е изд. / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. СПб.: Питер, 2003. 377 с.: ил.
6. *Смирнов А.Ю.* Анализ магнитоэлектрических машин с преобразованием энергии на высшей гармонике поля якоря. Электричество, 2014. № 9, С. 60–65.
7. *Каннес А.Д., Апросин К.И.* Исследование процессов в синхронных генераторах при внутренних коротких замыканиях. Электричество, 2020. № 9, С. 45–53.
8. *Грачев П.Ю., Табачинский А.С.* Применение метода конечных элементов для расчета активного сопротивления обмоток электрических машин, Электричество, 2019. № 12, С. 35–41.
9. *Бутырин П.А., Дубицкий С.Д., Коровкин Н.В.* Численное моделирование электромагнитных полей: мультифизические задачи, инструментарий и обучение. Электричество, 2019. № 6, С. 51–58.

Development of Method to Calculate the Distribution of the Magnetic Field, Currents and Losses in Transposed Bars of Armature Winding

E. F. Kadi-Ogly¹, N. V. Korovkin^{2,*}, I. V. Ilin²

¹AAEM JSC, Saint-Petersburg, Russia

²Peter the Great St.-Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia

*e-mail: nikolay.korovkin@gmail.com

This paper describes a method to calculate the distribution of the magnetic field, currents and losses in the slot parts of electrical machines armature winding bars. The method is based on finite-element-analysis modelling of the AC magnetic field in 2D formulation with an associated electrical circuit using the ELCUT software suite. The method assumes ideal transposition of the strands along the length of the slot portion of the bar, and considers the features of the machine slot geometry and arrangement of the winding in the armature slots. The electrical circuit simulates the connection of the strands in the armature winding considering their positions along the bar length. A comparative analysis of the results obtained from the dedicated numerical studies allowed to evaluate the impact on the calculation results from different conditions such as the position of transposed strands along the length of the machine and the need to consider the presence of the simulated rotor. The analysis was carried out by comparing the power performances, i.e. the ohmic and stray losses and their ratio. This method

could be recommended for calculating of the losses of transposed AC windings in the design and analysis of electrical machines.

Keywords: electrical machine, armature winding, strands transposition, simulation of alternative current magnetic field, simulation of processes in strands, field circuit formulation