

---

---

УДК 621.311.1

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИЛУЧШИХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ИМЕЮЩЕЙ В СОСТАВЕ ТЭЦ И ГЭС МЕТОДОМ СТУПЕНЧАТОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

© 2024 г. А. М. Клер, П. В. Жарков, Н. О. Епишкин,  
Е. Л. Степанова\*, Д. Н. Карамов

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт систем  
энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук”,  
Иркутск, Россия*

*\*e-mail: step@isem.irk.ru*

Поступила в редакцию 26.01.2024 г.

После доработки 19.07.2024 г.

Принята к публикации: 22.07.2024 г.

В работе представлен подход к определению наилучших режимов электроэнергетической системы методом ступенчатой оптимизации. Описаны особенности моделирования и оптимизации источников тепла, входящих в состав электроэнергетических систем. Рассмотрена задача согласованной оптимизации среднемесячных режимов расчетного года, в том числе с учетом особенностей ГЭС с водохранилищами многолетнего регулирования при оптимизации длительных режимов работы электроэнергетических систем. Приведены особенности метода ступенчатой оптимизации. В качестве примера оптимизации длительных режимов электроэнергетической системы рассмотрена электроэнергетическая система республики Якутия.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, методы оптимизации, математическое моделирование, источники тепла, режимы электроэнергетической системы, ТЭЦ, ГЭС, многолетнее регулирование

DOI: 10.31857/S0002331024030036

### ВВЕДЕНИЕ

Во многих электроэнергетических системах (ЭЭС) РФ значительную часть электрогенерирующих мощностей составляют ТЭЦ, осуществляющие комбинированное производство электрической и тепловой энергии. На этих ТЭЦ, как правило, установлены дополнительные источники тепловой энергии – паровые и/или водогрейные котлы. Поэтому при оптимизации режимов работы таких систем по критерию минимума топливных издержек следует учитывать как расходы топлива, идущие на комбинированное производство электрической и тепловой энергии, так и на производство только тепловой энергии.

Для электроэнергетических систем восточных регионов РФ, кроме значительной доли мощности ТЭЦ, характерно наличие ГЭС, причем большинство таких ГЭС имеют водохранилища годичного и многолетнего регулирования [1]. При этом для координации электрической мощности ГЭС в течение расчетного периода (года) требуется совместная оптимизация характерных режимов ЭЭС, относящихся к различным моментам этого периода (например, совместная оптимизация всех средне-месячных режимов года). Среди указанных ГЭС некоторые имеют водохранилища большего объема, обеспечивающие многолетнее регулирование. Отличие между водохранилищами годичного и многолетнего регулирования состоит в том, что в первом случае водохранилище срабатывается к началу его заполнения (к началу паводка) до минимального уровня, а во втором случае уровень заполнения водохранилища к указанному моменту может быть различным. Это позволяет запастись водой в многоводные годы и расходовать ее в маловодные.

Важной особенностью восточных регионов, имеющих большую площадь и малую плотность населения, является передача относительно небольших электрических мощностей от ГЭС на значительные расстояния. При этом в многоводные годы выдача энергии от ГЭС ограничивается не наличием воды и не суммарной мощностью установленных гидроагрегатов, а пропускными способностями линий электропередачи, которые определяются конструктивными характеристиками линий и передаваемыми в системе потоками активной и реактивной мощности. Исходя из сказанного, математическая модель электроэнергетической системы должна обеспечить расчет потоков тепла, потоков активной и реактивной электрических мощностей для каждого характерного режима расчетного периода, а также расчет водных балансов водохранилищ ГЭС. В связи со сложностью расчетных электрических схем ЭЭС, большого числа в этих системах электрогенераторов, электрических трансформаторов с управляемыми коэффициентами трансформации, управляемых источников реактивной мощности и других элементов, задачи оптимизации длительных режимов таких систем являются весьма сложными нелинейными оптимизационными задачами. Опыт показал, что эффективным методом решения нелинейных задач оптимизации большой размерности является метод ступенчатой оптимизации, разработанный в ИСЭМ СО РАН [2–4]. В качестве примера предлагаемого подхода в настоящей работе рассматривается Якутская электроэнергетическая система.

## ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ И ОПТИМИЗАЦИИ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

Предполагается, что в ЭЭС могут использоваться источники тепла двух типов: а) теплофикационные установки на органическом или ядерном топливе, осуществляющие комбинированное производство тепловой и электрической энергии; б) паровые или водогрейные котлы, сжигающие органическое топливо и производящие только тепловую энергию. При этом принимается, что весь отпуск тепла на атомных ТЭЦ осуществляется от теплофикационных (паротурбинных) установок, а на ТЭЦ на органическом топливе тепло может отпускаться как от теплофикационных установок, так и от водогрейных котлов. Для каждой системы теплоснабжения (находящейся в пределах системы централизованного электроснабжения), в которой осуществляется комбинированное производство тепла и электроэнергии, строится зависимость текущей тепловой нагрузки от текущей температуры наружного воздуха, расчетной тепловой нагрузки потребителей, расчетной температуры наружного воздуха и некоторых других параметров. Кроме того, строится математическая

модель источников тепла такой системы теплоснабжения, предназначенная для решения задачи оптимального распределения тепловых и электрических нагрузок ТЭЦ при заданной температуре наружного воздуха и заданной суммарной электрической нагрузке. Данная задача решается по критерию минимума топливных издержек с учетом технологических ограничений в форме равенств и неравенств на работу оборудования и при различных сочетаниях электрической нагрузки и температуры наружного воздуха, определяющей тепловую нагрузку. На основе серии оптимизационных расчетов строятся полиномы, определяющие расход топлива и электрическую мощность собственных нужд в зависимости от электрической нагрузки ТЭЦ и тепловой нагрузки потребителей. Кроме того, строятся полиномы, с помощью которых находятся ограничения-неравенства, определяющие допустимость режима работы оборудования (например, разность фактического расхода пара в конденсатор паровой турбины и минимально-допустимого расхода пара, которая не должна быть меньше нуля, также не должна быть меньше нуля разность максимально-возможного и фактического количества тепла, отводимого от уходящих газов газовой турбины в котле-утилизаторе).

Для определения коэффициентов каждого полинома по результатам оптимизационных расчетов на моделях источников тепла решаются две задачи линейного программирования. В первой задаче минимизируется модуль максимального отклонения расчетных по математической модели значений определяемой величины и ее значений, полученных с использованием полинома. Во второй задаче среди всех решений, отвечающих условию оптимальности первой задачи, ищется решение, обеспечивающее минимум суммы модулей указанных отклонений. Такой подход позволяет при решении общей задачи оптимизации параметров ЭЭС использовать для описания источников тепла простые модели, имеющие вид полиномов, обеспечивающие высокое быстродействие по сравнению с достаточно подробными исходными моделями. Более подробно данный подход к математическому моделированию источников тепла рассмотрен в [5].

### СОГЛАСОВАННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРНЫХ (СРЕДНЕМЕСЯЧНЫХ РЕЖИМОВ) И ЭЭС

В основу расчетной схемы оптимизационной модели ЭЭС закладывается нормальная электрическая схема соединений ее элементов. Используемые математические модели элементов электрических сетей (линий электропередачи, трансформаторов и др.) основаны на расчетных методах, изложенных в [6]. При этом группа однотипных, параллельно включенных элементов заменяется одним "групповым" элементом, для которого задается число элементов в группе. Число работающих элементов в группе может оптимизироваться. При расчетах принимается, что элементы в группе загружаются одинаково. Допустимые соотношения активных и реактивных мощностей электрогенераторов определяются с помощью ограничений-неравенств, построенных на основе генераторных диаграмм. Для каждого узла электрической схемы задаются ограничения снизу и сверху на модуль напряжения. Учитываются ограничения для линий электропередачи по предельно-допустимому по нагреву проводов током. Рассматриваются среднemesячные режимы работы. Для каждого потребителя в таких режимах задается среднemesячная электрическая и среднemesячная тепловая нагрузки.

Для оптимизации длительных режимов ЭЭС, имеющей в своем составе ГЭС с водохранилищем многолетнего регулирования, нужно проводить значительное количество согласованных оптимизационных расчетов среднемесячных режимов расчетного года. При этом в каждом такой расчете задаются: а) уровень воды в водохранилище в начале расчетного года; б) вариант приточности воды в водохранилище по месяцам; в) уровень воды в водохранилище в конце расчетного года.

Математическая формулировка задачи согласованной оптимизации среднемесячных режимов расчетного года формулируется следующим образом

$$\min U_{\text{год}}^{\text{год}} = \sum_{k=1}^{12} U_k^{\text{час}} T_k, \quad (1)$$

при условиях

$$G(x_{\text{онм}_k}^{\text{уст}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{сх}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{эле}}, d_k, S_k, h_k^{\text{нач}}) \geq 0, \quad (2)$$

$$\Phi(x_{\text{онм}_k}^{\text{уст}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{сх}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{эле}}, d_k, S_k, h_k^{\text{нач}}) = 0, \quad (3)$$

$$h_k^{\text{кон}} = W(x_{\text{онм}_k}^{\text{уст}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{сх}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{эле}}, d_k, S_k, h_k^{\text{нач}}), \quad (4)$$

$$U_k^{\text{час}} = \Psi(x_{\text{онм}_k}^{\text{уст}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{сх}}, x_{\text{онм}_k}^{\text{эле}}, d_k, S_k, h_k^{\text{нач}}), \quad (5)$$

$$h_{k+1}^{\text{нач}} = h_k^{\text{кон}}, \quad h_1^{\text{нач}} \in \{H^1, \dots, H^N\}, \quad h_{12}^{\text{кон}} \in \{H^1, \dots, H^N\}, \quad (6)$$

$$S_k \in \{S^1, \dots, S^M\}, \quad k = 1, \dots, 12, \quad (7)$$

где  $U_{\text{год}}^{\text{год}}$  — годовые топливные издержки;  $U_k^{\text{час}}$  — среднемесячные часовые топливные издержки  $k$ -го месяца;  $T_k$  — число часов в  $k$ -м месяце;  $G$  — система ограничений в форме неравенств;  $x_{\text{онм}_k}^{\text{уст}}$  — истинные независимые оптимизируемые параметры для  $k$ -го месяца;  $x_{\text{онм}_k}^{\text{сх}}$  — оптимизируемые параметры, используемые для увязки итераций в математической модели в схеме ЭЭС для  $k$ -ого месяца (итерационно-уточняемые параметры схемы);  $x_{\text{онм}_k}^{\text{эле}}$  — оптимизируемые параметры, используемые для увязки итераций в элементах математической модели схемы ЭЭС (балансирующие параметры элементов);  $d_k$  — вектор исходной информации для  $k$ -го месяца (электрические и тепловые нагрузки потребителей и др.);  $S_k$  —  $k$ -ый компонент вектора притоков  $S$ ;  $h_k^{\text{нач}}$ ,  $h_k^{\text{кон}}$  — уровни воды в водохранилище в начале и конце  $k$ -го месяца;  $\Phi$  — система ограничений в форме равенств;  $W$  — зависимость, определяющая уровень воды в конце месяца;  $\Psi$  — зависимость, определяющая часовые топливные издержки;  $H^1, \dots, H^N$  — дискретный набор из  $N$  рассматриваемых уровней воды в водохранилище в начале и конце расчетного года;  $S^1, \dots, S^M$  — рассматриваемый набор векторов притоков.

Как видно, параметрами связи между режимами ЭЭС выступают уровни воды в конце  $k$ -ого месяца ( $h_k^{\text{кон}}$ ), равные уровням воды в начале  $k+1$  месяца ( $h_{k+1}^{\text{нач}}$ ), где  $k$  изменяется от 1 до 11.

## УЧЕТ ОСОБЕННОСТЕЙ ГЭС С ВОДОХРАНИЛИЩАМИ МНОГОЛЕТНЕГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛИТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭЭС

Уровень воды в водохранилище многолетнего регулирования после окончания его сработки перед началом паводка меняется от года к году в некоторых пределах. Это усложняет расчеты работы ЭЭС в различных режимах и при согласовании этих режимов в течение года. Выполнить согласованный оптимизационный расчет характерных режимов года (например, среднемесячных режимов в ЭЭС, имеющей одну ГЭС с водохранилищем многолетнего регулирования можно в случае, если заданы уровни воды в водохранилище в начале расчетного года и в его конце (начало расчетного года совпадает с началом паводка)), а также притоки воды в водохранилище по месяцам. Для оптимизации длительных режимов ЭЭС, имеющих в своем составе ГЭС с водохранилищами многолетнего регулирования, нужно выполнить следующие этапы.

1. Назначается возможный диапазон изменения уровней воды в водохранилище в начале расчетного года (он же будет совпадать с возможным диапазоном изменения уровней в конце расчетного года).

2. Задается несколько дискретных значений уровня, равномерно покрывающих диапазоны изменения уровня в начале (и в конце) расчетного года.

3. Задается несколько дискретных вариантов притока воды в водохранилище, причем в каждом варианте задаются притоки для всех характерных режимов, например, средние притоки каждого месяца. Задаются вероятности реализации каждого варианта притоков, причем сумма вероятностей всех вариантов должна быть равна 1.

4. Для каждого сочетания дискретного уровня воды в начале расчетного года, дискретного варианта притока воды в водохранилище ГЭС и дискретного уровня воды в конце расчетного года проводится согласованная оптимизация характерных (например, среднемесячных) режимов по критерию минимума годовых топливных издержек. В результате каждому сочетанию уровня воды в начале расчетного года, притока воды в водохранилище и уровня в конце расчетного года в соответствие ставятся оптимальные годовые топливные издержки.

5. Принимается, что текущее состояние ЭЭС, имеющей в своем составе ГЭС с водохранилищем многолетнего регулирования определяется уровнем воды в этом водохранилище в начале текущего расчетного года. Случайный процесс перехода системы в состояние в начале следующего расчетного года определяется двумя факторами: вероятностями вариантов приточности воды и условными вероятностями перехода (при заданном начальном уровне и варианте приточности) на каждый возможный уровень воды в конце текущего расчетного года (или в начале следующего расчетного года). Отметим, что для всех переходов из каждого сочетания начального уровня и варианта приточности сумма указанных условных вероятностей равна 1. Если вероятности приточности и условные вероятности переходов не меняются со временем, то рассматриваемый случайный процесс будет стационарным случайным процессом описываемым однородной цепью Маркова с дискретным состоянием и дискретным временем. Вероятности нахождения системы в каждом состоянии и вероятности переходов не зависят от начального состояния системы и от времени, и определяются системой линейных алгебраических уравнений Колмогорова – Чепмена. При этом вероятность нахождения уровня водохранилища в начале расчетного

года в одном из заданных дискретных значений равна вероятности нахождения уровня воды в водохранилище на том же значении в конце расчетного года (или в начале следующего расчетного года). Если принять, что для каждого сочетания начального уровня и варианта приточности должен быть выбран переход только на какой-либо один уровень (его условная вероятность равна 1, условные вероятности переходов на остальные уровни равны 0), то может быть сформирована дискретно-непрерывная задача линейного программирования по минимизации математического ожидания годовых топливных издержек по ЭЭС. В результате решения данной задачи, где оптимизируемыми параметрами являются вероятности нахождения системы в каждом состоянии (непрерывные оптимизируемые параметры) и условные вероятности перехода на каждый дискретный уровень при заданных начальном уровне и варианте приточности (дискретные оптимизируемые параметры, равные 0 или 1), для каждого сочетания начального уровня и варианта приточности определяется оптимальный уровень воды в конце текущего расчетного года. В этой задаче учитываются ограничения в форме равенств, задаваемые системой уравнений Колмогорова – Чепмена и дополненные условиями целочисленности ряда оптимизируемых параметров.

Математическая формулировка указанной непрерывно-дискретной задачи линейного программирования имеет следующий вид

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^N P_{POL}^{ijl} u^{ijl}, \quad (8)$$

при условиях

$$P_{POL_i}^{ijl} = P_{NACH}^i P_{PRIT}^j P_{USL}^{ijl}, \quad (9)$$

$$\sum_{l=1}^N P_{USL}^{ijl} = 1, \quad (10)$$

$$P_{USL}^{ijl} \in \{0, 1\}, \quad (11)$$

$$\sum_{l=1}^N P_{NACH}^i = 1, \quad 0 \leq P_{NACH}^i \leq 1, \quad (12)$$

$$P_{KON}^l = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P_{NACH}^i P_{PRIT}^j P_{USL}^{ijl}, \quad (13)$$

$$P_{NACH}^i = P_{KON}^i, \quad (14)$$

$$i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, M, \quad l = 1, \dots, N, \quad (15)$$

где  $N$  число дискретных значений уровня водохранилища в начале (и в конце расчетного года);  $i$  — индекс уровня водохранилища в начале расчетного года;  $M$  — число векторов значений приточности в водохранилище;  $j$  — индекс вектора приточности;  $l$  — индекс уровня водохранилища в конце расчетного года;  $P_{POL}^{ijl}$  — полная вероятность реализации варианта с  $i$ -м уровнем в водохранилище в начале расчетного года,  $j$ -м вектором приточности и  $l$ -м уровнем водохранилища в конце расчетного

года (назовем его вариант  $ijl$ );  $u^{ijl}$  — годовые топливные издержки по ЭЭС для варианта  $ijl$ ;  $P_{NACH}^i$  — полная вероятность нахождения ЭЭС в состоянии с  $i$ -м начальным уровнем;  $P_{PRIT}^j$  — полная вероятность реализации  $j$ -м векторе приточности будет осуществлен переход к  $l$ -му уровню водохранилища в конце расчетного года;  $P_{KON}^l$  — полная вероятность того, что в конце расчетного года система будет находиться в состоянии с  $l$ -м дискретным значением уровня воды (исходя из стационарности случайного процесса принимается, что  $P_{NACH}^i = P_{KON}^i$ ).

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА СТУПЕНЧАТОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В методе ступенчатой оптимизации рассматривается исходная задача нелинейного математического программирования, включающая ограничения равенства и неравенства. При этом в дальнейшем каждое ограничение-равенство исходной задачи заменяется двумя ограничениями-неравенствами, накладываемыми на невязку исходного ограничения-равенства. При этом рассматривается относительная невязка, получающаяся делением абсолютной невязки на ее максимально-допустимое значение. В этом случае одно неравенство ограничивает рост модуля невязки, если значение невязки положительное, а другое, если ее значение отрицательное. Во все эти ограничения-неравенства вводится один (неотрицательный) вспомогательный параметр. Чем больше этот параметр, тем шире коридор допустимых значений, определяемый двумя неравенствами, соответствующими одному равенству. Если же вспомогательный параметр стремится к нулю, то коридор сокращается и в пределе стремится к зависимости, определяемой ограничением-равенством. На каждой итерации метода ступенчатой оптимизации решаются две задачи нелинейного математического программирования. При решении первой задачи вспомогательный параметр фиксируется и минимизируется целевая функция исходной задачи с учетом истинных ограничений-неравенств этой задачи и ограничений-неравенств, которыми заменяются ограничения-равенства исходной задачи. При решении второй задачи минимизируется вспомогательный параметр при учете тех же ограничений-неравенств, что и в первой задаче. При этом вводятся дополнительные условия, препятствующие слишком большому уменьшению вспомогательного параметра. Следует отметить, что в качестве начальной точки второй задачи  $i$ -й итерации принимается оптимальная точка первой задачи  $i$ -й итерации, а в качестве начальной точки первой задачи  $i+1$ -й итерации принимается оптимальная точка второй задачи  $i$ -й итерации. Подбор начальной точки первой задачи на первой итерации осуществляется в результате решения вспомогательной задачи нелинейного программирования, в которой оптимизируемые параметры исходной задачи и вспомогательный параметр подбирается так, чтобы все ограничения-неравенства как исходной задачи, так и те, которыми заменяются ограничения-равенства выполнялись строго (т.е. исходная точка первой задачи на первой итерации является внутренней точкой всей системы ограничений-неравенств). Для решения указанных задач нелинейного программирования используется метод возможных направлений [7]. На каждом шаге этого метода для определения “направления спуска” решаются две вспомогательных задачи линейного программирования. В первой задаче минимизируется линеаризованная (в текущей точке) целевая функция решаемой нелинейной задачи при линеаризованных (в текущей точке) ограничениях-неравенствах. В результате решения определяется оценка “снизу” оптимального значения целевой функции и оценка ее возможного улучшения. Во второй задаче ищется направление спуска, которое, при отказе от



заданной доли возможного улучшения целевой функции обеспечивает максимальное (в некотором смысле) движение “в глубь” допустимой области. При этом также используются линеаризованные ограничения.

Использование варианта метода возможных направлений, основанного на решении двух задач линейного программирования, оказалось весьма эффективным. Процесс оптимизации организован так, что движение осуществляется по внутренним точкам допустимой области текущей задачи.

Особенности метода ступенчатой оптимизации состоят в следующем:

1. Все итерационные процессы решения систем уравнений выносятся с уровня моделей на уровень оптимизации.
2. Не требуется, чтобы в стартовой точке система ограничений в форме равенств имела решение.
3. Достаточно точное решение системы ограничений в форме равенств достигается только в окрестностях оптимальной точки.
4. В состав оптимизируемых параметров входят истинные оптимизируемые параметры, определяющие оптимальные решения и параметры, отвечающие за итерационные процессы, перенесенные с уровня математических моделей схемы в целом и ее элементов на уровень оптимизации.

При решении задач линейного программирования был использован метод внутренних точек А. Фиакко – Г. Мак-Кормика (метод безусловных последовательных минимизаций с логарифмической функцией штрафа) [8]. Он оказался более устойчив к наличию линейно-зависимых ограничений, чем Симплекс-метод. Важно отметить, что его эффективность по сравнению с Симплекс-методом растет с увеличением размерности задачи. Причем наибольший эффект был получен при решении задач безусловной минимизации логарифмической штрафной функции методом Ньютона, использующим матрицу вторых производных логарифмической функции штрафа. Выбор направления спуска в этом методе сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Размерность этой системы равна числу оптимизируемых параметров. При относительно малом числе оптимизируемых параметров (до 500) расходы машинного времени на решение задач линейного программирования составляют относительно небольшую часть от общих затрат времени на решение исходной задачи оптимизации режимов ЭЭС. Однако, когда число оптимизируемых параметров составляло 1000–2000, расходы на решение задач линейного программирования стали потреблять львиную долю машинного времени (это связано с тем, что затраты времени на решение системы линейных алгебраических уравнений пропорциональны третьей степени от размерности этой системы). Причем использование различных доступных решателей систем линейных алгебраических уравнений не позволило добиться существенного сокращения времени расчетов. При увеличении числа оптимизируемых параметров до 7000 и более, исходные задачи нелинейного программирования стали практически не решаемыми (на решение одной такой задачи на 16–24 ядерных процессорах требовалось несколько десятков дней. Например, это относилось к задаче согласованной оптимизации двенадцати среднемесячных режимов рассмотренной далее ЭЭС Якутии. Анализ матрицы вторых частных производных логарифмической функции штрафа в задаче согласованной оптимизации нескольких режимов работы ЭЭС с ГЭС показал, что при правильном построении математической модели ЭЭС можно

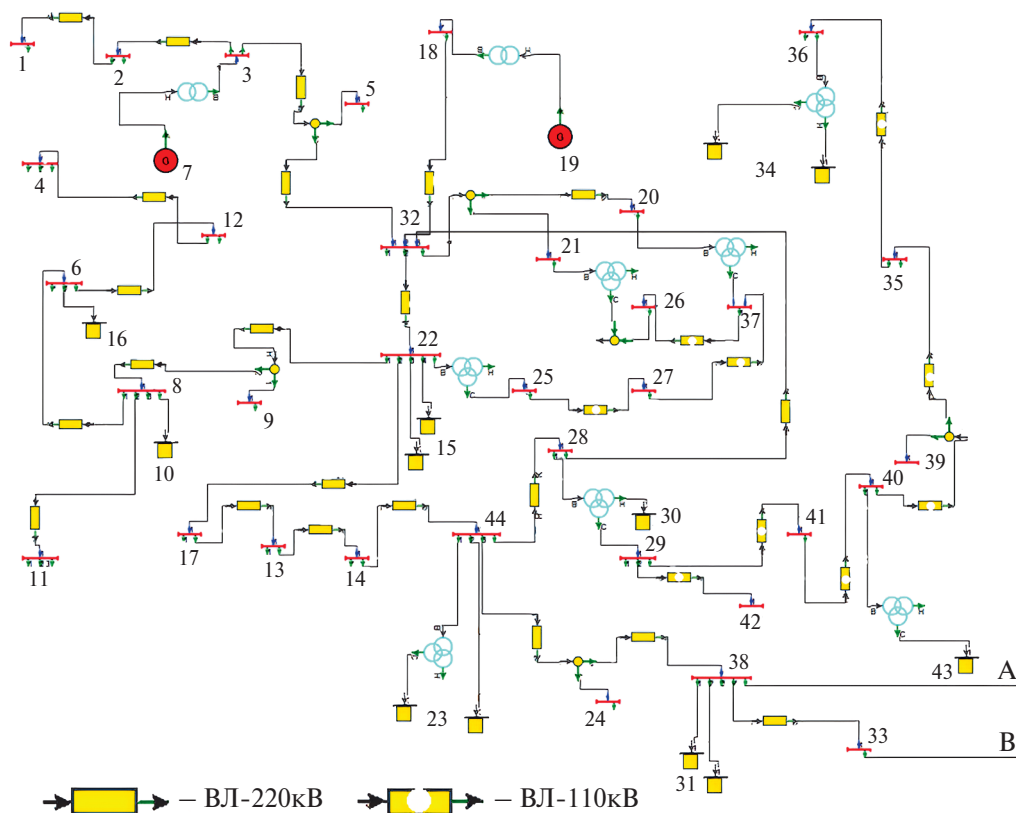


в десятки раз сократить время решения систем линейных алгебраических уравнений в методе Ньютона и, соответственно, время решения всей исходной задачи нелинейного программирования. Для этого уровни воды в водохранилище ГЭС в конце месяцев с 1 по 11 (параметры связи между режимами) должны быть включены в состав независимых оптимизируемых параметров. Для того чтобы эти уровни соответствовали водным балансам соответствующих месяцев, вводятся дополнительные невязки равные разностям уровней в конце указанных месяцев, определяемых по водным балансам и уровней, задаваемых в качестве оптимизируемых параметров (в дальнейшем каждая такая невязка заменяется на два неравенства). При этом составление водного баланса  $r + 1$ -го месяца проводится на основе уровня в конце  $r$ -го месяца, являющегося оптимизируемым параметром (параметром связи между режимами). В результате на ограничения-неравенства  $r$ -го режима влияют только внутренние оптимизируемые параметры этого режима и параметры связи. Внутренние оптимизируемые параметры других режимов на ограничения  $r$ -го режима не влияют. Поэтому матрица вторых производных логарифмической функции штрафа принимает такую структуру, при которой все вторые производные по внутренним оптимизируемым параметрам двух различных режимов равны нулю. Ненулевые значения имеют вторые производные логарифмической функции штрафа по внутренним оптимизируемым параметрам одного режима, по внутреннему оптимизируемому параметру некоторого режима и оптимизируемому параметру связи, и по двум оптимизируемым параметрам связи. Это позволяет свести решение “большой” системы уравнений в методе Ньютона к обращению двенадцати “малых” матриц, размерность которых равна числу внутренних оптимизируемых параметров одного режима, решению одной линейной системы уравнений, размерность

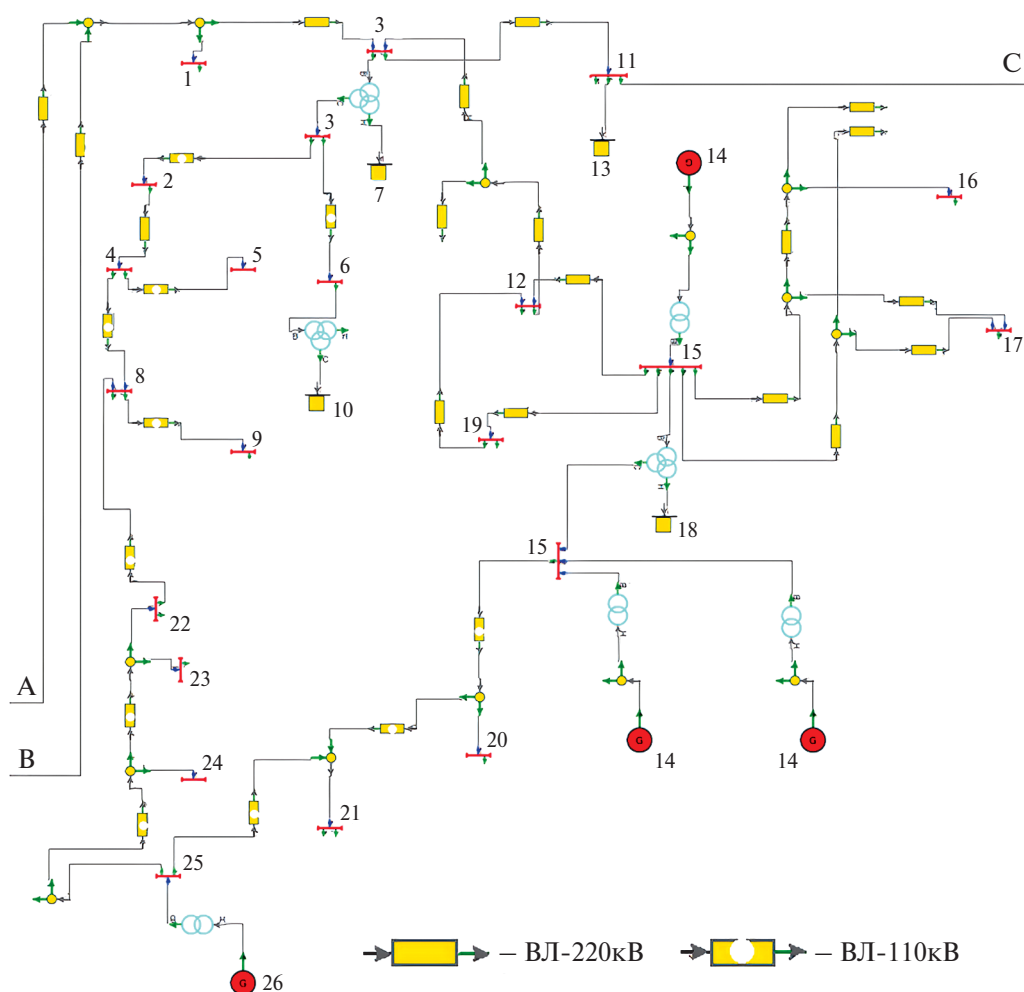
**Таблица 1.** Элементы схемы ЭЭС Якутии

| Наименование оборудования (элементов схемы ЭЭС) | Общее количество элементов схемы ЭЭС, шт. | Количество групп однотипного оборудования, шт. |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Линии электропередач                            | 110                                       | 73                                             |
| Турбины:                                        | 29                                        | 12                                             |
| – ГЭС                                           | 11                                        | 2                                              |
| – газовые                                       | 9                                         | 3                                              |
| – паровые                                       | 9                                         | 7                                              |
| Водогрейные котлы                               | 13                                        | 6                                              |
| Котлы-утилизаторы                               | 9                                         | 3                                              |
| Компенсаторы                                    | 34                                        | 19                                             |
| Трансформаторы:                                 | 134                                       | 65                                             |
| – связи                                         | 52                                        | 24                                             |
| – висячие                                       | 82                                        | 41                                             |

которой равна числу оптимизируемых параметров связи и выполнение некоторого количества операций умножения и сложения матриц указанных размерностей. Такой подход, который можно назвать структурным подходом к решению “больших” систем линейных алгебраических уравнений, позволил в десятки раз сократить время решения задач линейного программирования методом внутренней точки А. Фиакко – Г. Мак-Кормика. Следует отметить, что в процессе оптимизации ряд вычислений может проводиться параллельно. Это относится к: вычислению частных производных целевой функции и ограничений-неравенств конечно-разностным методом; одномерной минимизации целевой функции

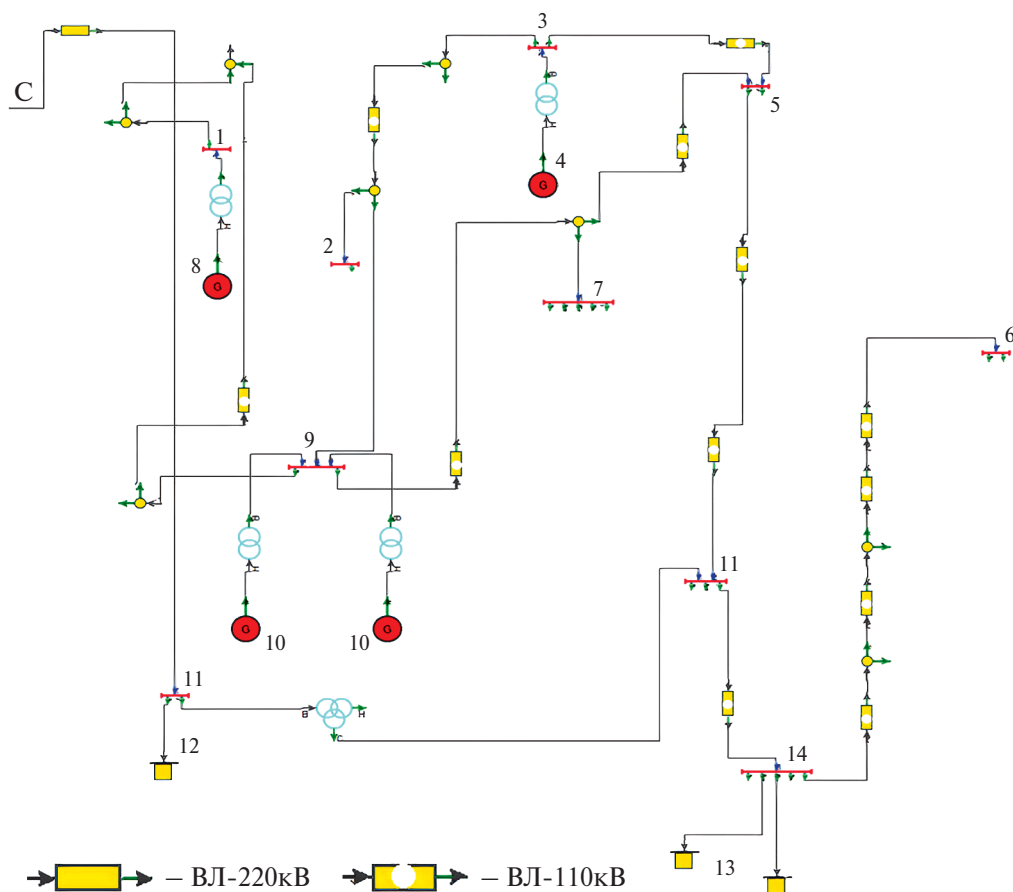


**Рис. 1.** Фрагмент 1 расчетной схемы электроэнергетической системы Якутии: 1 – ПС ГПП-6; 2 – ПС Айхал; 3 – Вилюйская ГЭС-1, 2; 4 – ПС НПС-7; 5 – ПС Чернышевская; 6 – ПС НПС-9; 7 – Генераторы Вилюйской ГЭС-1, 2; 8 – ПС Пеледуй; 9 – ПС НПС-11; 10 – Реакторы ПС Пеледуй; 11 – ПС Сухой Лог; 12 – ПС НПС-8; 13 – ПС КС-1; 14 – ПС НПС-13; 15 – Реакторы ПС Городская; 16 – Реакторы ПС НПС-9; 17 – ПС НПС-12; 18 – Светлинская ГЭС; 19 – Реакторы Светлинской ГЭС; 20 – ПС Мирный; 21 – ПС Мирный; 22 – ПС Городская; 23 – Реакторы ПС Олекминск; 24 – ПС НПС-14; 25 – ПС Городская; 26 – ПС МГРЭС, ПС Западная; 27 – ПС Северная Нюя, ПС Дорожная, ПС Таас-Юрях, ПС Заря; 28 – ПС Сунтар; 29 – ПС Сунтар; 30 – Реакторы ПС Сунтар; 31 – Реакторы ПС НПС-15; 32 – ПС Районная; 33 – ПС Амга; 34 – Реакторы ПС Вилюйск; 35 – ПС Верхневилуйск; 36 – ПС Вилюйск; 37 – ПС Мирный; 38 – ПС НПС-15; 39 – ПС Онхой; 40 – ПС Нюрба; 41 – ПС Элбгй, ПС Кюндядя, ПС Шея; 42 – ПС Тойбохой; 43 – Реакторы ПС Нюрба.



**Рис. 2.** Фрагмент 2 расчетной схемы электроэнергетической системы Якутии: 1 – ПС НПС-16; 2 – ПС Верхний Куранах; 3 – ПС Нижний Куранах; 4 – РП Хвойный; 5 – ПС Рябиновая; 6 – ПС ЗИФ; 7 – Реакторы Нижний Куранах; 8 – ПС Лебединый; 9 – ПС НПС-11; 10 – Реакторы ПС ЗИФ; 11 – ПС Томмот; 12 – ПС НПС-18; 13 – Реакторы ПС Томмот; 14 – Генераторы Нерюн-гринской ГРЭС; 15 – Нерюнгринская ГРЭС; 16 – ПП Нагорный; 17 – ПС НПС-19; 18 – Реакторы Нерюнгринской ГРЭС; 19 – ПС Налдинская; 20 – ПС ВГК; 21 – ПС Денисовская, ПС Дежневская, ПС Комсомольская; 22 – ПС Большой Нимныр, ПС Юхта; 23 – ПС Малый Нимныр; 24 – ПС Угольная, ПС Иналгинская, ПС Хатыми; 25 – Чульманская ТЭЦ; 26 – Генераторы Чульманской ТЭЦ.

вдоль выбранного направления; формированию матрицы вторых производных логарифмической функции штрафа; решения системы линейных алгебраических уравнений с использованием структурного подхода при безусловной минимизации логарифмической функции штрафа методом Ньютона. Проведение параллельных вычислений с использованием многоядерных процессоров позволяет во много раз сократить время оптимизации длительных режимов ЭЭС.



**Рис. 3.** Фрагмент 3 расчетной схемы электроэнергетической системы Якутии: 1 – ПС Восточная; 2 – ПС Северная; 3 – Якутская ГРЭС Новая; 4 – Генераторы Якутской ГРЭС Новой; 5 – ПС Табага; 6 – ПС Эльдикан; 7 – ПС Намыв, ПС Набережная, ПС ДСК, ПС Южная, ПС Птицефабрика; 8 – Генераторы Якутской ТЭЦ; 9 – Якутская ГРЭС; 10 – Генераторы Якутской ГРЭС; 11 – ПС Майя; 12 – Реакторы ПС Майя; 13 – Реакторы ПС Чурапча; 14 – ПС Чурапча.

В качестве примера оптимизации длительных режимов ЭЭС рассмотрена ЭЭС республики Якутия. Система включает две газотурбинные ТЭЦ в Якутске, крупную угольную Нерюнгринскую ГРЭС из трех блоков (один конденсационный и два теплофикационных), малую угольную ТЭЦ в Чульмане, малую паротурбинную ТЭЦ на газе в Якутске, Вилюйские ГЭС 1, 2 с общими плотиной и водохранилищем многолетнего регулирования и недостроенную Светлинскую ГЭС с водохранилищами малой емкости. Рассматривается электрическая сеть напряжением 110 кВ и 220 кВ.

Расчетная схема ЭЭС Якутии включает энергооборудование (элементы схемы ЭЭС), показанное в табл. 1. Следует отметить, что некоторое однотипное оборудование объединено в схеме по группам. Из-за большого размера общей расчетной схемы электроэнергетической системы Якутии, данная схема разбита на три фрагмента,

Таблица 2. Основные результаты оптимизационных расчетов длительного режима (при начальном уровне 238 м., средневодном годе и конечном уровне 238 м)

| Параметры                                                                 | Месяц, № |        |        |         |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------------------------------------------------------|----------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                                                                           | 5        | 6      | 7      | 8       | 9      | 10     | 11     | 12     | 1      | 2      | 3      | 4      |
| Приток воды в водохранилище Вилуйской ГЭС 1–2, м³/с                       | 2563     | 2715   | 679    | 345     | 491    | 191    | 39     | 16.5   | 5.1    | 3.2    | 2.8    | 4.6    |
| Ур. верх. бьефа вод-ща Вилуйской ГЭС 1–2 в начале расчетного интервала, м | 238.10   | 240.86 | 243.53 | 243.76  | 243.64 | 243.52 | 243.04 | 242.33 | 241.52 | 240.66 | 239.81 | 238.91 |
| Ур. верх. бьефа вод-ща Вилуйской ГЭС 1–2 в конце расч. инт., м            | 240.86   | 243.52 | 243.76 | 243.64  | 243.52 | 243.03 | 242.32 | 241.52 | 240.66 | 239.81 | 238.91 | 237.99 |
| Суммарная электрическая мощность агрегатов, МВт                           |          |        |        |         |        |        |        |        |        |        |        |        |
| – Вилуйских ГЭС 1–2                                                       | 278      | 237    | 253    | 238.387 | 316    | 317    | 339    | 344    | 344    | 354    | 321    | 317    |
| – Светлинской ГЭС                                                         | 107      | 87     | 91     | 85      | 114    | 115    | 124    | 127    | 129    | 135    | 124    | 124    |
| – Нерюнгринской ГРЭС (Эн-к Т-180; шина 110 кВ)                            | 90       | 36     | 44     | 36      | 91     | 93     | 92     | 95     | 95     | 88     | 93     | 94     |
| – Нерюнгринской ГРЭС (Эн-к Т-180; шина 220 кВ)                            | 94       | 39     | 47     | 38      | 63     | 82     | 120    | 146    | 149    | 130    | 106    | 73     |

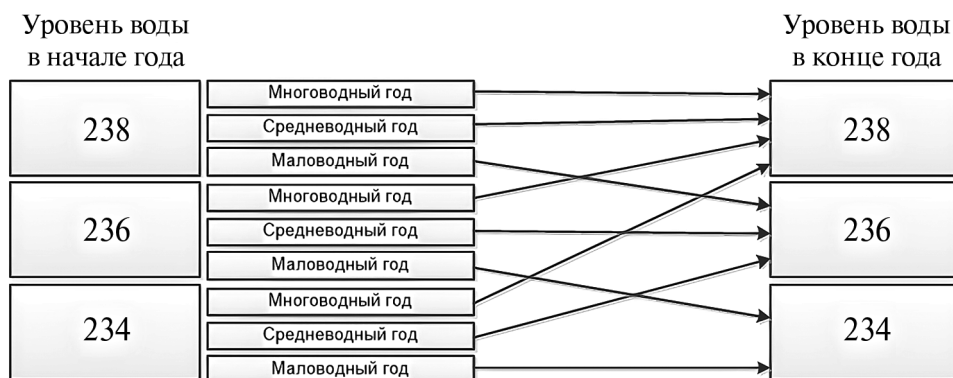
Таблица 2. Продолжение

|                                                             |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |
|-------------------------------------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| – ЯГРЭС (газ, тур-ны ГТЭ-45)                                | 87            | 48            | 47            | 48            | 90            | 122           | 122           | 122           | 122           | 122           | 122           | 122           | 122           |
| – Новой ЯГРЭС (газ, тур-ны LM6000)                          | 163           | 134           | 160           | 135           | 160           | 157           | 163           | 163           | 163           | 163           | 163           | 163           | 153           |
| Суммарный отпуск тепла, Гкал/ч                              |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |
| – Нерюнгрин-ской ГРЭС (из отборов эн-ка Т-180; шина 110 кВ) | 98            | 48            | 47            | 48            | 118           | 132           | 137           | 139           | 140           | 136           | 136           | 136           | 135           |
| – Нерюнгрин-ской ГРЭС (из отборов эн-ка Т-180; шина 220 кВ) | 98            | 52            | 53            | 52            | 78            | 117           | 176           | 211           | 217           | 199           | 154           | 105           | 105           |
| – ЯГРЭС (котлы-утилизаторы)                                 | 110           | 63            | 63            | 63            | 114           | 148           | 132           | 124           | 122           | 126           | 144           | 140           | 140           |
| – Новой ЯГРЭС (котлы-утилизаторы)                           | 81            | 46            | 46            | 46            | 84            | 109           | 113           | 105           | 104           | 107           | 119           | 103           | 103           |
| Активная мощность линий электропередач на входе/выходе, МВт |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |
| АС400 Районная-Городская                                    | 186/180       | 188/182       | 196/190       | 188/182       | 209/202       | 209/203       | 224/216       | 228/220       | 229/220       | 235/226       | 215/208       | 215/208       | 215/208       |
| АС300 Томмот-Мая                                            | –127/<br>–134 | –118/<br>–123 | –116/<br>–122 | –119/<br>–125 | –126/<br>–133 | –136/<br>–143 | –119/<br>–125 | –107/<br>–112 | –106/<br>–110 | –110/<br>–115 | –130/<br>–137 | –130/<br>–137 | –130/<br>–137 |



Реактивная мощность линий электропередач на входе/выходе, Мвар

|                                                    |            |            |               |            |            |            |             |             |             |             |            |            |
|----------------------------------------------------|------------|------------|---------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|
| АС400<br>Районная-<br>Городская                    | -41/ 2     | -38/ 3     | -40/-<br>0,85 | -38/ 3,5   | -49/-13    | -48/-13    | -52/-21     | -53/-23     | -53/-24     | -46/-21     | -49/-15    | -51/-17    |
| АС300<br>Томмот-Мая                                | -41/ 57    | -45/ 55    | -47/ 54       | -45/ 55    | -43/ 55    | -39/ 54    | -46/ 56     | -50/ 57     | -51/ 57     | -52/ 51     | -42/ 55    | -42/ 55    |
| Стоимость<br>топлива, тыс.<br>долл./т              | <b>797</b> | <b>504</b> | <b>554</b>    | <b>504</b> | <b>763</b> | <b>871</b> | <b>1039</b> | <b>1140</b> | <b>1154</b> | <b>1092</b> | <b>980</b> | <b>836</b> |
| Суммарная<br>стоимость<br>топлива, тыс.<br>долл./т | 10237      |            |               |            |            |            |             |             |             |             |            |            |



**Рис. 4.** Оптимальные варианты работы ГЭС с водохранилищем многолетнего регулирования (Вилуйская ГЭС-1 + Вилуйская ГЭС-2) в составе ЭЭС Якутии.

представленных на рис. 1, 2, 3 соответственно. Связи между фрагментами обозначены буквами А, В, С.

Как было сказано выше, при создании математической модели ЭЭС в целом используются математические модели генерирующего оборудования ее энергоисточников, построенные с помощью полиномов, данные для которых были получены в результате серий оптимизационных исследований этого же оборудования с помощью подробных математических моделей.

Таким образом на основе созданных математических моделей элементов ЭЭС республики Якутия: ГТУ, ПГУ, котлов, ЛЭП, трансформаторов и т.д. была создана математическая модель ЭЭС Якутии в целом. Число истинных оптимизируемых параметров математической модели для одного режима (одного месяца) равно 162, число итерационно-уточняемых параметров схемы – 161, балансирующих параметров элементов – 254, невязок для ограничений-равенств в моделях элементов – 254, ограничений-неравенств – 404. При оптимизационных исследованиях ЭЭС принимались следующие основные исходные данные: число уровней воды – 3 (238 м, 236 м, 234 м), число вариантов притока – 3, их них: маловодный (вероятность 20%), средневодный (вероятность 60%) и многоводный (вероятность 20%). Оптимизационные расчеты проводились при всех принятых уровнях воды и вариантах притоков. Общее количество проведенных расчетов – 27.

В табл. 2 в качестве примера представлены некоторые результаты оптимизационных расчетов длительного режима при начальном уровне воды 238 м, средневодном годе и конечном уровне 238 м.

Значения топливных издержек, полученных в результате оптимизационных расчетов 27 согласованных режимов работы ЭЭС Якутии, представлены в табл. 3.

На рис. 4 приведены оптимальные варианты работы ГЭС с водохранилищем многолетнего регулирования (Вилуйская ГЭС-1 + Вилуйская ГЭС-2) в составе ЭЭС Якутии.

Вероятность значения начального уровня 234 м равна 0.10, значения 236 м равна 0.4, значения 238 м равна 0.5. Математическое ожидание годовых топливных издержек равно 10 385 млн руб.

**Таблица 3.** Значения годовых топливных издержек в 27 согласованных режимов работы ЭЭС, млн рублей

| Характеристика года по водности | Значения уровня воды в мае расчетного года (начало периода) | Значения уровня воды в апреле расчетного года (конец периода) |         |                    |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------|--------------------|
|                                 |                                                             | 234                                                           | 236     | 238                |
| Маловодный                      | 234                                                         | 12195.7                                                       | 13146.4 | Недопустимый режим |
|                                 | 236                                                         | 11173.4                                                       | 12101.0 | 13125.1            |
|                                 | 238                                                         | 10055.1                                                       | 10822.6 | 11999.0            |
| Средневодный                    | 234                                                         | 10623.0                                                       | 11316.3 | 12346.0            |
|                                 | 236                                                         | 9722.8                                                        | 10368.9 | 11411.9            |
|                                 | 238                                                         | 9421.9                                                        | 9596.5  | 10365.9            |
| Многоводный                     | 234                                                         | 9296.4                                                        | 9544.6  | 10141.6            |
|                                 | 236                                                         | 9186.0                                                        | 9567.0  | 9533.2             |
|                                 | 238                                                         | 9197.4                                                        | 9222.1  | 9563.4             |

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе описан методический подход к определению наилучших режимов ЭЭС методом ступенчатой оптимизации. Приведены особенности моделирования и оптимизации источников тепла, входящих в состав ЭЭС. Рассмотрена задача согласованной оптимизации среднемесячных режимов расчетного года, в том числе с учетом особенностей ГЭС с водохранилищами многолетнего регулирования при оптимизации длительных режимов работы ЭЭС. Описаны особенности метода ступенчатой оптимизации. В качестве примера оптимизации длительных режимов электроэнергетической системы рассмотрена электроэнергетическая система республики Якутия. По критерию минимума значения топливных издержек проведены оптимизационные расчеты и получены 27 согласованных (по 12 среднемесячным режимам) длительных режимов работы ЭЭС Якутии при различных сочетаниях уровня воды в водохранилище Вилюйских ГЭС-1, 2 в начале и конце расчетного года и уровня приточности воды в этом водохранилище. На основе этих расчетов с учетом вероятности реализации маловодной, средневодной и многоводной приточности для каждого сочетания уровня воды в водохранилище в начале расчетного года и варианта приточности определен оптимальный уровень воды в водохранилище в конце расчетного года.

Работа выполнена в рамках проекта государственного задания (№ FWEU-2021-0005, рег. № AAAA-A21-121012190004-5) программы фундаментальных исследований РФ на 2021–2030 гг.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клер А.М., Корнеева З.Р., Елсуков П.Ю. Оптимизация режимов работы энергосистем, включающих ТЭЦ и ГЭС с водохранилищами многолетнего регулирования// Известия Российской академии наук. Энергетика, 2011. № 2. С. 92–106.

2. Эффективные методы схемно-параметрической оптимизации сложных теплоэнергетических установок: разработка и применение / Под ред. А.М. Клера. Рос. акад. наук, Сиб. отд., Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева. — Новосибирск: Академическое издательство “Гео”, 2018. 145 с.
3. Kler A.M., Zharkov P.V., Epishkin N.O. Parametric optimization of supercritical power plants using gradient methods // *Energy*, 2019. Vol. 189. DOI: 10.1016/j.energy.2019.116230
4. Voropai N.I., Stennikov V.A. Hierarchical Modeling of Energy Systems. Elsevier, 2023. Chapter 7. P. 457–502. <https://doi.org/10.1016/C2022-0-02475-2>
5. Клер А.М., Степанова Е.Л., Жарков П.В. Методика создания математических моделей теплофикационных ядерных энергоблоков, предназначенных для проведения оптимизационных исследований автономных электроэнергетических систем // *Известия РАН. Энергетика*, 2023, № 6, с. 17–30. DOI: 10.31857/S0002331023050047
6. Справочник по проектированию электроэнергетических систем. Под ред. С.С. Рокотяна и Н.М. Шапиро. — 3-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1985. 352 с.
7. Клер А.М., Деканова Н.П., Щеголева Т.П. и др. Методы оптимизации сложных энергетических установок. — Новосибирск: ВО “Наука”, 1993. 116 с.
8. Fiacco A.V., Mc Cormick G.P. Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques. John Wiley, New York, 1968. 210 p.

## **Finding Optimal Modes of an Electric Power System with Thermal Power Plants and Hydroelectric Power Plants Using the Stepwise Optimization Method**

**A. M. Kler, P. V. Zharkov, N. O. Epishkin, E. L. Stepanova\*, D. N. Karamov**

*Melentiev Energy Systems Institute of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,  
Irkutsk, Russia*

*\*e-mail: step@isem.irk.ru*

An approach to determining the best modes of an electric power system is presented in the work. This issue is proposed to be solved using the method of stepwise optimization. The features of modeling and optimization of heat sources included in electrical power systems are described. The problem of coordinated optimization of average monthly regimes of the calculation year is considered, including taking into account the features of hydroelectric power plants with reservoirs of long-term regulation when optimizing long-term operating regimes of electric power systems. Features of the stepwise optimization method are given. As an example of optimization of long-term modes of the electric power system, the electric power system of the Republic of Yakutia is considered.

**Keywords:** electric power system, optimization methods, mathematical modeling, heat sources, modes of the electric power system, thermal power plant, hydroelectric power station, long-term regulation