

УДК 532.529

РОСТ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ПЕРЕГРЕТОЙ ЖИДКОСТИ (ЭФФЕКТ ЗАПИРАНИЯ ДАВЛЕНИЯ)

© 2023 г. Ю. Б. Зудин¹, *, Д. С. Уртенев¹¹Федеральное государственное бюджетное учреждение “Национальный исследовательский центр
“Курчатовский институт”, Москва, Россия

*e-mail: yzudin@gmail.com

Поступила в редакцию 23.03.2023 г.

После доработки 22.08.2023 г.

Принята к публикации 25.08.2023 г.

Рассмотрена задача роста парового пузырька в перегретой жидкости. Выполнен расчет числа Стефана в метастабильной области. В рамках энергетической тепловой схемы исследована асимптотика “теплового взрыва”. Показано, что при числах Стефана, больших единицы, имеет место эффект “запирания давления”. Получено аналитическое решение для закона роста пузырька в жидкости, находящейся при температуре энергетической спинодали. Выполнено численное исследование роста пузырька бутана в околоспинодальной области. Проведено сопоставление результатов решения с экспериментальными результатами по вскипанию капли бутана.

Ключевые слова: паровой пузырек, число Стефана, метастабильная область, тепловой взрыв, запирание давления, энергетическая спинодаль, численное исследование

DOI: 10.31857/S0002331023060067, **EDN:** PSVOFM

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, картина пузырькового кипения на перегретой поверхности имеет сложный многофакторный характер, обусловленный зарождением, ростом и отрывом паровых пузырьков. Для анализа теплогидравлических процессов в пристенном кипящем слое жидкости необходимо знать закон роста пузырька (ЗРП) — функцию $R(t)$ ЗРП определяется влиянием ряда факторов: процесса испарения жидкости на межфазной поверхности (МФП); инерционной реакцией оттесняемой пузырьком жидкости; видом контакта пузырька с перегретой поверхностью; взаимодействием с соседними растущими пузырьками. Этой проблеме посвящено огромное количество работ, укажем в этой связи обзоры [1, 2]. Необходимым этапом анализа ЗРП является детальное исследование идеализированной задачи о сферически-симметричном росте парового пузырька в бесконечном объеме равномерно перегретой жидкости [3].

МЕТАСТАБИЛЬНАЯ ЖИДКОСТЬ

Бинодаль. Первым документально зафиксированным упоминанием о свойствах перегретой жидкости служит выпущенная в 1777 году рекомендация Лондонского королевского общества помещать шарик термометра не в саму кипящую воду, а в ее пары. Век спустя, в 1873 году, Гиббс (Gibbs) [4] впервые провел физический анализ особенностей перегретого состояния жидкости. Интересные сведения о ранних наблюдени-

ях явлений, связанных с перегревом жидкостей, содержит вышедший в 1923 году “Курс физики” Хвольсона.

Зависимость температуры жидкости от давления в состоянии термодинамического равновесия описывается уравнением кривой насыщения (бинодали). Если увеличивать T при $p = \text{const}$ или уменьшать p при $T = \text{const}$, то жидкость без фазового превращения переходит в метастабильное состояние, которое является неустойчивым по отношению к внешним возмущениям. Так как вероятность спонтанного испарения сколь-нибудь значительной массы жидкости очень мала, то жидкость в метастабильном состоянии может существовать неограниченно долго. Однако при некотором пороговом уровне флуктуаций параметров (давления, температуры) неустойчивое равновесие нарушается. Тогда в действие вступает положительная обратная связь, и малое возмущение будет усиливаться реакцией самой термодинамической системы.

Спинодаль. Нарастание неустойчивости будет выражено тем сильнее, чем глубже будет вторжение жидкости в метастабильную область. Конечным результатом развития возмущения является фазовый переход. Метастабильная область ограничена сверху спинодалью — зависимостью температуры предельного перегрева жидкости от давления. При $T > T_{\text{spin}}$ термодинамическое состояние жидкости становится абсолютно неустойчивым, и она должна самопроизвольно превращаться в пар.

Уравнение спинодали $T_{\text{spin}}(p)$ следует из уравнения состояния реальных газов. Уже ко времени написания монографии [5] было известно более сотни уравнений состояния, построенных на базе классического уравнения Ван-дер-Ваальса. С тех пор число их неуклонно росло, однако наиболее используемыми в инженерных расчетах оставались классические уравнения (уравнения Дитеричи, Бергло, Редлиха-Квонга), а также их модификации [6]. В частности, из уравнения Соаве-Редлиха-Квонга следует аппроксимация зависимости температуры спинодали от давления

$$\frac{T_{\text{spin}}}{T_{\text{cr}}} = 0.89 + 0.11 \frac{p}{p_{\text{cr}}}. \quad (1)$$

Следуя Гиббсу [4], можно выделить два принципиально различных метода определения спинодали. Теоретический метод заключается в исследовании термодинамической устойчивости жидкости на основе уравнения состояния. Для этого используется математический аппарат, основанный на уравнениях Максвелла (Maxwell) и Гиббса и впоследствии развитый Новиковым [7]. Экспериментальный метод заключается в достижении состояния предельного перегрева жидкости при ударном режиме вскипания [8]. Полученный при этом банк опытных данных показывает, что точки «ударной спинодали» хорошо ложатся на теоретическую кривую вида (1). Такое согласование результатов, полученных совершенно различным образом, подтверждает достоверность теоретических представлений [7] о метастабильной жидкости.

СТАДИИ РОСТА ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА

Численные исследования. Численные исследования задачи сферически-симметричного роста парового пузырька в объеме равномерно перегретой жидкости начались в 70-х годах прошлого века [9, 10] и продолжают по сей день [11, 12]. Изначальным объектом исследования является критический паровой зародыш радиусом $R_{\text{cr}} = 2\sigma/\Delta p$, находящийся в неустойчивом термодинамическом равновесии с окружающей жидкостью. Здесь $\Delta p = p_v - p_\infty$ — перепад давления; $p_v = p_s(T_\infty)$ давление насыщения при температуре перегретой жидкости. Обе фазы — перегретая жидкость и насыщенный пар — находятся при температуре T_∞ . Триггером начала роста является скачкообразное увеличение радиуса зародыша, вызывающее его необратимый рост.

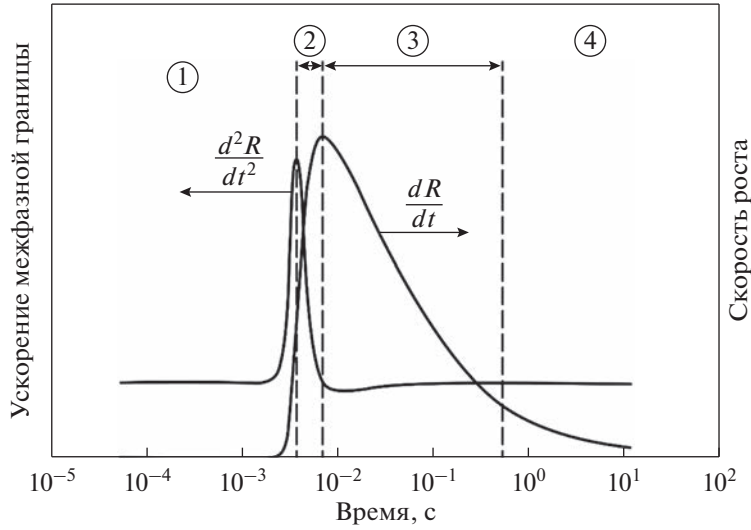


Рис. 1. Стадии роста парового пузырька согласно численным расчетам [11]. Зависимость ускорения межфазной границы и скорости роста пузырька от времени. 1 — капиллярная стадия; 2 — промежуточная стадия; 3 — инерционная стадия; 4 — тепловая стадия.

ЗРП описывается уравнением Рэля—Ламба (Rayleigh—Lamb) [13]

$$\rho \left(R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right) = \Delta p - 2\frac{\sigma}{R} - 4\frac{\mu_f}{R},$$

где $\dot{R} = dR/dt$; $\ddot{R} = d^2R/dt^2$. Численные и экспериментальные исследования ЗРП при кипении воды и натрия [9–12] показали, что последний член в правой части, ответственный за влияние вязкости жидкости, можно опустить. Тогда мы будем иметь уравнение

$$\rho \left(R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right) = \Delta p - 2\frac{\sigma}{R}. \quad (2)$$

В работе [11] проведено численное исследование роста парового пузырька в воде, перегретой на 15 К при атмосферном давлении. Начальный радиус пузырька составлял $R_{cr} = 1$ мкм. Рост пузырька инициировался скачкообразным увеличением его радиуса на $\Delta R \approx 5 \times 10^{-4} R_{cr}$ за время $\approx 10^{-3}$ мкс. Как следует из рис. 1, весь период роста можно разбить на три основные стадии: капиллярную, переходную и тепловую.

Капиллярная стадия наступает сразу после начала процесса роста и лимитируется силой поверхностного натяжения на МФП (второй член в правой части (2)). Большую часть капиллярной стадии занимает “инкубационный период”: скорость близка к нулю, ускорение мало и практически постоянно. Затем жидкость остается практически неподвижной, а параметры пузырька начинают медленно изменяться: радиус растет, температура пара снижается. При этом вследствие увеличения перепада температур ($\Delta T = T_\infty - T_v > 0$) к МФП за счет теплопроводности жидкости начинает подводиться тепловой поток.

Здесь возникает цепочка положительной тепловой обратной связи: увеличение $\Delta T \Rightarrow$ ускорение радиального расширения пузырька $\Rightarrow$ ослабление влияния поверхностного натяжения в уравнении (2) $\Rightarrow$ снижение $T_v \Rightarrow$ новое увеличение ΔT и т.д.

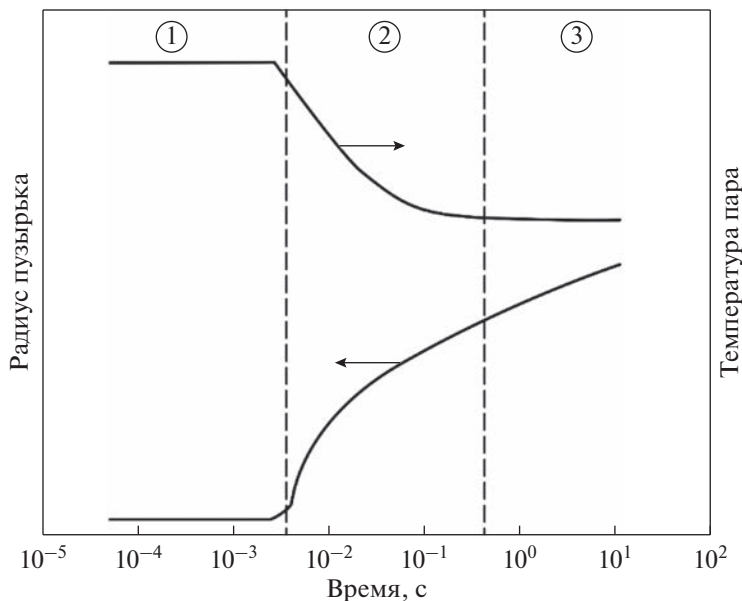


Рис. 2. Стадии роста парового пузырька согласно численным расчетам [11]. Зависимость радиуса пузырька и температуры пара от времени. 1 – капиллярная стадия; 2 – переходная стадия; 3 – тепловая стадия.

Этот эффект заметно проявляется, начиная с $t \approx 2$ мкс. Как видно из рис. 2, за относительно короткий промежуток времени ($2 \text{ мкс} < t < 3.6 \text{ мкс}$) ускорение $\ddot{R}$ резко возрастает и при $t \approx 3.6$ мкс достигает своего пика. Следствием этого является интенсивный рост $\dot{R}$ и появление в динамике пузырька новых факторов.

Переходная стадия включает в себя две стадии – короткую промежуточную и протяженную инерционную. **Промежуточная стадия** характеризуется резким увеличением $\dot{R}$, что приводит к взрывообразному росту влияния инерционного члена (первый член в правой части (2)), который становится сравним с капиллярным членом. В конце промежуточной стадии ($t \approx 6.8$ мкс) $\ddot{R}$ падает практически до нуля, а $\dot{R}$ достигает своего максимума. Это приводит к ослаблению тепловой обратной связи. Давление в пузырьке p_v резко возрастает; как следствие, в условиях $p_\infty = \text{const}$ возрастает также и Δp . Динамика пузырька определяется главным образом инерционным членом в правой части уравнения (2), которое переходит в классическое уравнение Рэлея

$$\rho \left(R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right) = \Delta p. \quad (3)$$

Поскольку давление и температура пара связаны условиями бинодали, то ΔT при этом снижается, что приводит к вырождению тепловой обратной связи. Итак, инерционная реакция жидкости в результате ведет к снижению $\dot{R}$.

Инерционная стадия определяется перепадом давлений Δp и описывается уравнением Рэлея (3). Первый член левой части имеет отрицательный знак и отражает эффект замедления роста. Доминирующую роль играет положительный второй член, ответственный за радиальное оттеснение жидкости. При $t > 100$ мкс оба члена становятся соизмеримыми, хотя второй член остается несколько большим по модулю. Ко времени $t \approx 500$ мкс инерционный механизм вырождается. Градиент температуры на МФП

монотонно снижается, что приводит к уменьшению подводимого к МФП теплового потока, а следовательно, и скорости роста.

Тепловая стадия, контролируемая процессом испарения жидкости на МФП, характеризуется монотонным снижением $\dot{R}$. Перепад давлений снижается практически до нуля; роль капиллярных и инерционных эффектов является пренебрежимо малой. ЗРП определяется градиентом температур на МФП, а также эффектом растягивания теплового пограничного слоя на поверхности пузырька. К моменту начала тепловой стадии перепад температур был лишь на 2% ниже начального перегрева жидкости в системе $T_\infty - T_s(p_0)$.

Роль начального возмущения. Следует подчеркнуть, что инициирование роста путем выведения парового зародыша из состояния термодинамического равновесия представляет собой эмпирический прием. Как показали проведенные в [11] вариантные расчеты, усиление и удлинение начального “толчка” приводит к сокращению инкубационного периода $R \approx \text{const}$. С помощью эмпирического перебора вариантов были найдены некоторые оптимальные параметры запускающего импульса: скачкообразное увеличение радиуса зародыша на $\Delta R = 5 \times 10^{-4} R_{\text{cr}}$ за время 10^{-3} мкс. Для импульсов меньшей интенсивности начальная ветвь кривой $R(t)$ практически переставала меняться. Отметим, что обоснование корректности такого метода нуждается в дополнительном исследовании процесса в рамках его более глубокого физического анализа.

Аналитические аппроксимации. В работе [14] предложено приближенное аналитическое решение задачи роста парового пузырька в начальный период. Выведены формулы для расчета продолжительности “инкубационного периода”, даны рекомендации по влиянию на динамику пузырька различных параметров. Анализ метода этой работы, а также полученных в ней результатов, приводит к следующим выводам.

- 1) В работе отсутствует теоретическое обоснование принимаемых допущений, некоторые из которых представляются спорными.
- 2) Автор [14] даже не упоминает имеющиеся исследования рассматриваемой проблемы, насчитывающие несколько десятилетий.
- 3) Предложенные в работе расчетные рекомендации количественно и качественно противоречат имеющимся в литературе результатам по характеру влияния на процесс физических факторов (вязкости, поверхностного натяжения, инерционных эффектов). Существенно расходятся также оценки продолжительности инкубационного периода.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ РОСТА

Как показали численные и экспериментальные исследования [9–12], ЗРП определяется главным образом сопротивлением оттесняемой жидкости (динамические эффекты) и интенсивностью испарения на поверхности пузырька (энергетические эффекты). Динамические эффекты обусловлены инерцией жидкости и ее вязкостью, а энергетические — условиями подвода тепла к МФП и кинетикой процесса испарения. При росте парового пузырька все эти факторы действуют одновременно, однако в каждом конкретном случае определяющими являются лишь некоторые из них.

Лабунцов [15] впервые предложил системный подход, в рамках которого исследуются “предельные схемы роста”. Каждая из этих схем соответствует проявлению одного (главного) фактора, который играет лимитирующую роль. Это означает, что при воздействии двух (или нескольких) факторов реальная скорость роста парового пузырька будет лимитироваться наименьшей из скоростей, определяемых в рамках каждой из предельных схем.

Необходимым общим условием для любой предельной схемы является выполнение уравнения теплового баланса на МФП

$$q = \rho_v h_{\text{ф}} \dot{R}. \quad (4)$$

В реальном процессе начальная стадия ЗРП описывается формулой Рэлея¹, вытекающей из динамической инерционной схемы

$$R = \sqrt{\frac{2 \Delta p_0}{3 \rho_f t}}. \quad (5)$$

Как видно из формулы (5), инерционный ЗРП характеризуется постоянной скоростью

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{2 \Delta p_0}{3 \rho_f}}. \quad (6)$$

С течением времени начальный перепад давлений Δp_0 быстро падает; ЗРП все более подчиняется энергетической тепловой схеме (ЭТС), описываемой автомодельным законом тепловой диффузии

$$R = m \sqrt{a_f t}. \quad (7)$$

Здесь m – модуль роста, зависящий от степени перегрева жидкости по отношению к температуре насыщения. Тогда из формулы (7) для скорости роста будем иметь

$$\dot{R} = \frac{m}{2} \sqrt{\frac{a_f}{t}}. \quad (8)$$

Подставляя $\dot{R}$ из (8) в уравнение теплового баланса (4), получаем выражение для подводимого к МФП теплового потока

$$q = \frac{1}{2} m h_{fv} \rho_v \sqrt{\frac{a_f}{t}}. \quad (9)$$

РЕШЕНИЕ СКРАЙВЕНА

Точное решение для ЗРП в рамках ЭТС впервые получил Скрайвен (Scriven) [16] в виде интеграла. Результаты решения были систематизированы в виде “таблицы Скрайвена” (ТС), которую можно представить как табулированную зависимость вида $m = f(\epsilon, Ja)$. Здесь введены следующие параметры:

$$\epsilon = \frac{\rho_v}{\rho_f} \quad (10)$$

– отношение плотностей жидкой и паровой фаз,

$$Ja = \frac{\rho_f c_{pf} \Delta T}{\rho_v h_{fv}} \quad (11)$$

– “число Якоба”.

В работе [17] предложено приближенное решение рассматриваемой задачи, описывающее ТС с погрешностью менее 1.3%

$$m = \sqrt{3/\pi \psi Ja} + \left[\left(\sqrt{3/\pi \psi Ja} \right)^n + (2Ja)^{n/2} \right]^{1/n}, \quad n = 2.315 - 0.575\epsilon. \quad (12)$$

Здесь

$$\psi = \left[1 + \left(\sqrt{\pi/2} - 1 \right) S \right] \left(1 + \sum_{i=1}^7 \beta_i S^i \right)^{-1/2}, \quad i = 1, 2, \dots, 7 \quad (13)$$

¹ Формула (1) справедлива для всей области давлений за исключением узкой области в окрестности термодинамической критической точки, где плотности фаз становятся соизмеримыми.

“фактор интенсификации”; коэффициенты в полиноме в правой части (13) определяются соотношениями: $\beta_1 = -0.7604$, $\beta_2 = -0.4452$, $\beta_3 = 0.6153$, $\beta_4 = -1.5366$, $\beta_5 = 2.3369$, $\beta_6 = -1.7361$, $\beta_7 = 0.5261$.

Уравнение (13) содержит второй (наряду с числом Якоба) определяющий параметр ЭТС – “число Стефана”

$$S = \frac{c_{pf}\Delta T}{h_{fV}}, \quad (14)$$

связанное с числом Якоба соотношением

$$Ja \varepsilon = S. \quad (15)$$

Полученное решение удовлетворяет условиям Карташова [18] для приближенных аналитических решений:

- минимально возможная расчетная погрешность;
- обеспечение сходимости процесса (настолько хорошо, чтобы можно было сделать заключения о свойствах полученного решения);
- наличие всех операций, допускаемых в процессе преобразований;
- достаточно простая реализация в практических приложениях.

Асимптотики решения (12). При $Ja \rightarrow 0$ из (15) для любого $0 < \varepsilon \leq 1$ следует $S \rightarrow 0$, и мы будем иметь асимптотику “медленного роста”, соответствующую стационарной проблеме теплопроводности [19]. Записывая тепловой поток в виде $q = \lambda_f \Delta T / R$, с учетом автомодельного закона (7), получаем: $m = \sqrt{2Ja}$.

При $Ja \rightarrow \infty$ уравнение (12) упрощается к виду

$$m = 2\sqrt{\frac{3}{\pi}}\Psi Ja. \quad (16)$$

Из соотношений (9), (16) получаем выражение для подводимого к МФП теплового потока

$$q = \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{a_f}{t} \Psi Ja h_{fV} \rho_v. \quad (17)$$

Асимптотика (16), в свою очередь, включает в себя две внутренние асимптотики. “Средняя асимптотика” получается в результате раскрытия неопределенности вида: $m \rightarrow \infty$, $\varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow m_* \rightarrow 0$, и мы будем иметь

$$m = 2\sqrt{\frac{3}{\pi}} Ja. \quad (18)$$

Формула (18) была получена в работе Плессета–Цвика (Plesset–Zwick) [20] с помощью весьма сложной математической процедуры.

Вторую асимптотику уравнения (16) получаем из разложения фактора интенсификации в ряд при $m_* \rightarrow \infty$. Ограничиваясь первыми двумя членами и подставляя результат в (16), будем иметь

$$m = \sqrt{\frac{6}{1 - S\varepsilon}} \frac{1}{\varepsilon}. \quad (19)$$

При $S \rightarrow 1$ формула (19) содержит две особенности. Математическая особенность состоит в неограниченном увеличении модуля роста ($m \rightarrow \infty$), приводящем к “тепловому взрыву”. Физическая особенность заключается в достижении предельной метаста-

бильной неравновесности. При $S = 1$ согласно определению (14) числа Стефана энтальпия перегрева единицы массы жидкости $c_p \Delta T$ становится равной теплоте фазового перехода h_{fv} . Таким образом исчезают ограничения на скорость фазовых превращений, и каждая частица жидкости вблизи МФП мгновенно превращается в пар.

В действительности скорость роста пузырька при $S = 1$ будут ограничивать факторы, не учитываемыми в рамках ЭТС.

- Радиальное расширение жидкости за счет роста пузырька вызовет ее инерционную реакцию. Это приведет к повышению давления на МФП, а значит и во всем объеме пузырька. Как следствие, температура насыщенного пара T_v возрастет, а перепад температур $\Delta T = T_\infty - T_v$ — уменьшится. Это вызовет снижение подводимого к МФП теплового потока, а с учетом уравнения теплового баланса (4) — скорости роста пузырька $\dot{R}$.

- Снижение теплового термического сопротивления при $S \rightarrow 1$ приведет к усилению роли фазовой неравновесности на МФП со стороны паровой фазы. Вследствие этого неограниченному усилению интенсивности испарения будут препятствовать молекулярно-кинетические эффекты, которые в обычных условиях являются пренебрежимо малыми.

Определяющие параметры. Первым параметром, определяющем ЭТС, является отношение плотностей фаз (10), изменяющееся в диапазоне $0 < \varepsilon \leq 1$. В качестве основного теплового параметра выступает число Стефана (14), имеющее тот же диапазон изменения: $0 < S \leq 1$. Число Якоба, пределы изменения которого определяются равенством (15) ($0 < Ja < 1/\varepsilon$), является производным от указанных двух главных параметров. Его использование в качестве независимого параметра может привести к нефизическому результату: $Ja > 1/\varepsilon$, $S = \varepsilon Ja > 1$. Такой “заход в запрещенную область” может иметь место, в частности, для случая кипения органических жидкостей [21].

БИНАРНАЯ ИНЕРЦИОННО-ТЕПЛОВАЯ СХЕМА

Экспериментальные исследования. Подавляющее большинство экспериментальных исследований ЗРП были проведены для области $S \ll 1$. Одно из немногих исключений составляет работа [21], в которой экспериментально исследовался рост пузырька в объеме сильно перегретой органической жидкости (бутана). Капля бутана помещалась в сосуд, заполненный высококипящей жидкостью (этиленгликолем), всплывала под воздействием силы Архимеда капля и на определенной высоте вскипала. Зарождавшийся внутри капли пузырек быстро рос и за время менее 100 мкс достигал границ капли.

Измеренные в [21] ЗРП соответствовали степенной функции, занимающей промежуточное положение между инерционной (5) и тепловой (7) зависимостями: $R \sim t^n$, где $n \approx 0.8 \dots 0.95$. Это позволяет предположить, что в условиях эксперимента реализовалась “бинарная схема роста” [17] при одновременном воздействии двух факторов — интенсивности испарения на МФП (энергетические эффекты, ответственные за соблюдение теплового баланса) и сопротивлением оттесняемой жидкости (динамические эффекты, ограничивающие скорость роста).

Число Стефана в метастабильной области. Рассмотрим в p, T — диаграмме ЗРП для случая предельного перегрева жидкости (рис. 3).

Состояние насыщенного пара в пузырьке соответствует точке $A\{p_{\min}\}$ на бинодали, состояние перегретой жидкости — точке $B\{p_{\min}\}$ на спинодали, где AB — изобара. Как показывает термодинамический анализ [7], при углублении захода в метастабильную область изобарная теплоемкость монотонно возрастает и при приближении к спино-

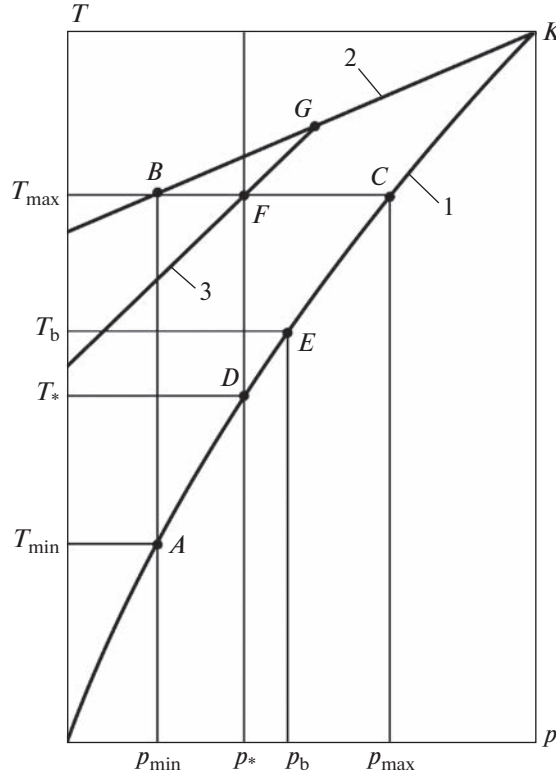


Рис. 3. Стадии роста парового пузырька в перегретой жидкости. 1 — бинодаль; 2 — спинодаль; 3 — энергетическая спинодаль.

дали устремляется к бесконечности. Поэтому число Стефана необходимо рассчитывать по формуле

$$S(T) = \frac{1}{h_{fv}} \int_{T_s}^T c_p(T) dT,$$

где теплота фазового перехода h_{fv} берется при $T_s(p_{\min})$.

При вычислении интеграла может оказаться, что, начиная с некоторой температуры $T_e \leq T_{\text{spin}}$, будет $S(T_e) \geq 1$. Однако из асимптотики (19) следует, что при росте пузырька всегда должно соблюдаться условие $S \leq 1$. Отсюда следует, что каждой изобаре будет соответствовать некоторая предельная температура, выше которой рост пузырька окажется невозможен.

Энергетическая спинодаль. Определим “энергетическую спинодаль” $T_e(p)$, для которой на каждой изобаре выполняется условие

$$S(T_e) = \frac{1}{L} \int_{T_s}^{T_e} c_p dT = 1.$$

В p, T — диаграмме энергетическая спинодаль описывается линией 3, лежащей между бинодалью 1 и спинодалью 2 и пересекающейся с последней в точке G (рис. 3). Таким

образом, линии 2, 3 ограничивают часть метастабильной области, физически нереализуемую при росте пузырька. Если при достижении спинодали число Стефана останется меньшим единицы, то энергетическая спинодаль будет отсутствовать.

Метод температурных аппроксимаций. Традиционным способом расчета теплофизических свойств метастабильной жидкости является метод температурных аппроксимаций [8]. Рассмотрим в качестве примера предельный случай спинодальных перегревов. В момент вскипания $t = -0$ температура жидкости, находящейся в точке B , при заданном давлении в системе может быть рассчитана по формуле (1). В момент включения инерционной реакции жидкости $t = +0$ давление в пузырьке скачкообразно возрастает до значения $p_{\max}$ (точка C). Тогда изобарная теплоемкость жидкости будет равна значению $c_p(T_{\max}) > c_p(T_{\min})$ на бинадали при ее пересечении с изотермой $T = T_{\max}$. В соответствии с методом температурных аппроксимаций $c_p(T_{\max})$ принимается за значение изобарной теплоемкости в точке B на спинодали. Ясно, что с помощью такого метода невозможно оценить погрешность определения c_p .

Расчет по уравнению состояния. В работе [7] на основе теории фазовых переходов второго рода исследовалось поведение теплофизических свойств метастабильной жидкости. Было показано, что функция $c_p(T)$ как в окрестности спинодали (точка B , рис. 3), так и в окрестности термодинамической критической точки описывается степенной зависимостью вида

$$\frac{c_{ps}}{c_p} = (1 - \theta)^\gamma. \quad (20)$$

Здесь $\theta = \frac{T - T_s}{T_{\text{spin}} - T_s}$ – безразмерная разность температур; γ – “псевдокритический индекс”.

Следует отметить, что теория Новикова ничего не говорит о поведении c_p во всей метастабильной области (интервал АВ, рис. 3). Остается также открытым вопрос о точном значении псевдокритического индекса в интервале $\gamma = 1/3 \dots 1/2$. В монографии [22] были приведены результаты расчета изобарной теплоемкости с помощью уравнения Соаве–Редлиха–Квонга для случая $p/p_{\text{cr}} = 0.6$. На основании этих расчетов можно принять значение псевдокритического индекса в (20) равным $\gamma = 1/2$ (рис. 4). Отсюда следует выражение для числа Стефана в метастабильной области: $S(T) = 2c_{ps}(T - T_s)/h_{fv}$.

Аналитическая аппроксимация. В работе [23] было получено аналитическое решение задачи роста парового пузырька в рамках бинарной инерционно-тепловой схемы для области $S \ll 1$. При этом кривая насыщения аппроксимировалась линейной функцией, а плотность пара в пузырьке принималась постоянной. Эта расчетная схема использовалась затем для области $S \approx 1$ в работе [24], выполненной при участии одного из авторов настоящей статьи. Однако в результате удалось описать опытные данные [21] лишь для области малых времен: $t < 60$ мкс. В то же время расчетная кривая $R(t)$ для интервала $60 \text{ мкс} < t < 100 \text{ мкс}$ “проваливается” по отношению к опытным точкам [21] более чем вдвое. Как представляется, это является следствием двух некорректных допущений расчетного метода работы [24]:

- неучет изменения во времени плотности пара, которая при движении пузырька от точки $C\{p_{\max}, T_{\max}\}$ к точке $D\{p_*, T_*\}$ уменьшается почти в 17 раз;
- аппроксимация участка кривой насыщения отрезком прямой, сильно искажающая взаимодействие инерционного и теплового механизмов.

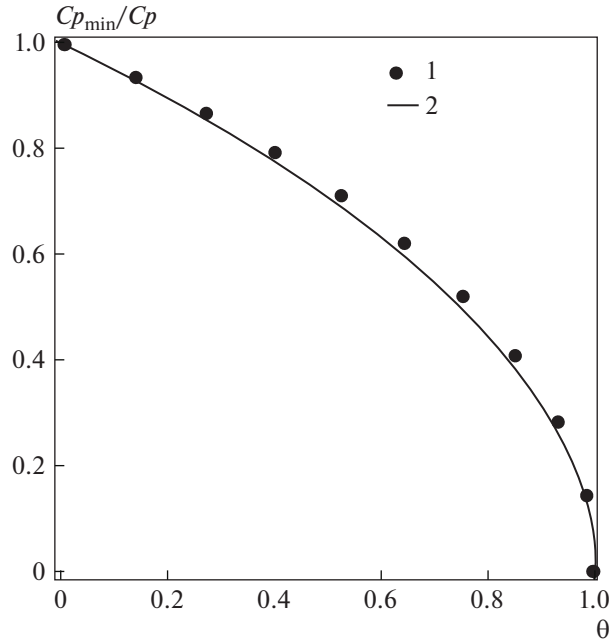


Рис. 4. Изобарная теплоемкость в метастабильной области для случая $p/p_{cr} = 0.6$. 1 – расчет по уравнению Соаве–Редлиха–Квонга, 2 – расчет по формуле (7) при $\gamma = 1/2$.

ЭФФЕКТ “ЗАПИРАНИЯ ДАВЛЕНИЯ”

Стадии роста пузырька

В рамках численных исследований [9–12] полагалось, что в начальный момент времени ($t = -0$) пузырек представляет собой критический паровой зародыш. В момент времени $t = +0$ радиусу пузырька придается малое возмущение, нарушающее состояние термодинамического равновесия. Начинает необратимый рост пузырька, насчитывающий четыре стадии: капиллярную, промежуточную, инерционную и тепловую.

Ниже мы будем рассматривать лишь две последние – наиболее протяженные – стадии роста, лимитируемые инерционными и тепловыми эффектами. Наложение этих двух факторов приводит к бинарной инерционно-тепловой схеме.

1) *Исходные данные* (рис. 3): число Стефана – больше единицы: $S = S_{\max} > 1$; давление и температура жидкости равны: $p = p_{\min}, T = T_{\max}$.

2) *Начальное состояние (статическое)* $t = -0$. Пар находится в точке $A\{p_{\min}, T_{\min}\}$ на бинадали 1, жидкость – в точке $B\{p_{\min}, T_{\max}\}$ на спинодали, причем $T_{\min} = T_s(p_{\min})$.

3) *Начальное состояние (динамическое)* $t = +0$. Включается инерционная реакция жидкости. Давление в пузырьке возрастает вдоль бинадали от точки $A\{p_{\min}, T_{\min}\}$ до точки $C\{p_{\max}, T_{\max}\}$; жидкость переходит в точку $C\{p_{\max}, T_{\min}\}$ по изотерме $T = T_{\max}$. Перепад температур и число Стефана обращаются в нуль: $\Delta T = S = 0$. Все эти изменения происходят скачкообразно. Скорость роста пузырька описывается рэлеевским законом, в который входит максимальный перепад давлений

$$\dot{R}_0 = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{\max} - p_{\min}}{\rho}}. \quad (21)$$

4) *Переходная стадия* $t > 0$. Рост пузырька определяется совместным воздействием тепловых и инерционных эффектов. Термодинамическое состояние пара «дрейфует» вдоль бинодали от начальной точки $C\{p_{\max}, T_{\max}\}$ в сторону точки A . Перегрев жидкости увеличивается; число Стефана монотонно возрастает и в точке $D\{p_*, T_*\}$ достигает единицы. При анализе ЭТС было показано, что при $S \rightarrow 1$ имеет место асимптотика $\dot{R} \rightarrow \infty$. Однако в рамках инерционно-тепловой схемы скорость роста в точке $D\{p_*, T_*\}$ остается конечной.

5) *Асимптотическая стадия*. Термодинамическое состояние пара «зависает» в окрестности предельной точки D и достигает ее лишь при $t \rightarrow \infty$. Физически это означает, что в точке $D\{T_*, p_*\}$ реализуется эффект «запирания давления»: $S(t) \rightarrow 1$, $p(t) \rightarrow p_* > p_{\min}$, $T(t) \rightarrow T_* > T_{\min}$. «Изобара запирания» $p = p_*$ проходит через точку D на бинодали 1 и в точке F упирается в энергетическую спинодаль 3. Через точку F проходит также изотерма $T = T_{\max}$. Скорость роста описывается асимптотическим законом Рэлея

$$\dot{R}_* = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Delta p_*}{\rho}. \quad (22)$$

Таким образом, ситуация $S = S_{\max} > 1$ является гипотетической и относится только к начальному состоянию жидкости. В реальном процессе число Стефана в начальный момент скачкообразно обращается в нуль и затем асимптотически стремится к единице.

6) *Отсутствие эффекта запирания*. Пусть теперь точка G на спинодали расположена левее точки B . Отсюда следует, что точка D , соответствующая равенству $S = 1$, будет находиться на бинодали левее точки A . Тогда предельным термодинамическим состоянием пара будет состояние насыщения $T_{\min} = T_s(p_{\min})$, и эффект «запирания давления» отсутствует.

Область «запирания давления». Введем обозначения для перепада температуры $\Delta T_b = T_{\max} - T_b$ и перепада давления $\Delta p_b = p_b - p_{\min}$ для системы «пар–жидкость». Давление и температура пара в точке $E\{T_b, p_b\}$ будут превышать свои значения в точке $D\{p_*, T_*\}$ на соответствующие перепады: $\Delta p_s = p_b - p_*$, $\Delta T_s = T_b - T_*$. Согласно p, T – диаграмме (рис. 3) эти перепады связаны с соответствующими суммарными перепадами соотношениями: $\Delta p_s + \Delta p_* = \Delta p_b$, $\Delta T_s = \Delta T_* - \Delta T_b$. Здесь $\Delta p_* = p_* - p_{\min}$ – «запирющий» перепад давления. Согласно уравнению Клапейрона–Клаузиуса [13] малые перепады давления и температуры ($\Delta p_s/p_* \ll 1$, $\Delta T_s/T_* \ll 1$) вдоль кривой насыщения связаны между собой линейным соотношением

$$\frac{\Delta T_s}{T_*} = \frac{\Delta p_s}{h_{fv}\rho_v}.$$

Тогда из (5), (9) получаем биквадратное уравнение для $\dot{R}$, решение которого имеет вид

$$\dot{R} = \left[\frac{R_*^2}{2} + \left(\frac{R_*^4}{4} + \frac{\rho}{\rho_v} \frac{ah_{fv}^2}{c_p T_*} \frac{1}{t} \right)^{1/2} \right]^{1/2}. \quad (23)$$

При $t \rightarrow \infty$ из (23) будем иметь $\dot{R} \rightarrow \dot{R}_*$. Таким образом скорость роста не стремится асимптотически к нулю (как в рамках ЭТС), а ограничивается снизу рэлеевским законом (22).

При $S \rightarrow 1$ «запирающий» перепад давлений $\Delta p_* = p_* - p_{\min}$ стремится к нулю; и в квадратных скобках в правой части (23) будет преобладать второй (нестационарный) член. В пределе при $\Delta p_* = 0$ ($S = 1$) получаем

$$\dot{R} = \left(\frac{a \rho h_{fv}^2}{c_p \rho_v T_* t} \right)^{1/4}.$$

Это — случай абсолютно неустойчивого равновесия, для реализации которого «запирающий» перепад давлений должен быть в точности равен нулю. При сколь угодно малых $\Delta p_* \neq 0$ ЗРП будет «сваливаться» в одну из устойчивых асимптотик: при $\Delta p_* < 0$ — в автомодельный закон (8); при $\Delta p_* > 0$ — в рэлеевский закон (6). Таким образом, случай $S = 1$ является чисто гипотетическим и не может быть реально реализован.

Асимптотический закон роста. Представим дифференциальное уравнение (23) в безразмерном виде

$$\frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} = \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\tilde{t}} \right)^{1/2} \right]^{1/2}, \quad (24)$$

где $\tilde{R} = \frac{c_p \rho_v T_* \dot{R}_*^3}{a \rho h_{fv}^2} R$, $\tilde{t} = \frac{c_p \rho_v T_* \dot{R}_*^4}{a \rho h_{fv}^2} t$ — безразмерные значения радиуса и времени соответственно. Интегрируя (24) с начальным условием $t = 0, R = 0$, получаем

$$\tilde{R} = \ln 2 - \frac{1}{2} + \tilde{t} + \frac{1}{2} \ln \tilde{t} + \frac{5}{8} \frac{F}{\tilde{t}},$$

где $F = \Gamma \left(\left[1, 1, \frac{7}{4}, \frac{9}{4} \right], \left[2, \frac{5}{2}, 3 \right], \frac{4}{\tilde{t}} \right)$ — гипергеометрическая функция [25]. Это решение имеет весьма громоздкий вид и здесь не приводится. С погрешностью $\pm 1.3\%$ оно аппроксимируется соотношением

$$\tilde{R} = \left(\tilde{R}_0^n + \tilde{R}_\infty^n \right)^{1/n}, \quad n \approx 2.68.$$

Предельная ветвь этого решения при $\tilde{t} \ll 1$ имеет вид $\tilde{R} = 4/3\tilde{t}^{3/4}$, или в размерном виде

$$R = \frac{4}{3} \left(\frac{a \rho h_{fv}^2}{c_p \rho_v T_*} \right)^{1/4} t^{3/4}.$$

Другая предельная ветвь решения (24) — при $\tilde{t} \gg 1$ — описывает рэлеевскую асимптотику $\tilde{R} = \tilde{t}$, или в размерном виде

$$R = \sqrt{\frac{2 \Delta p_*}{3 \rho}} t.$$

Численное исследование. Как показано в работе [26], при переменной во времени температуре пара в пузырьке можно с приемлемой точностью одновременно использовать оба предельных закона — инерционный (5) и тепловой (7). Такой подход приводит к системе из двух дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{dR}{dt} &= \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p_\infty}{\rho}}, \\ \frac{dR}{dt} &= \frac{m}{2} \sqrt{\frac{a}{t}} \end{aligned} \right\}. \quad (25)$$

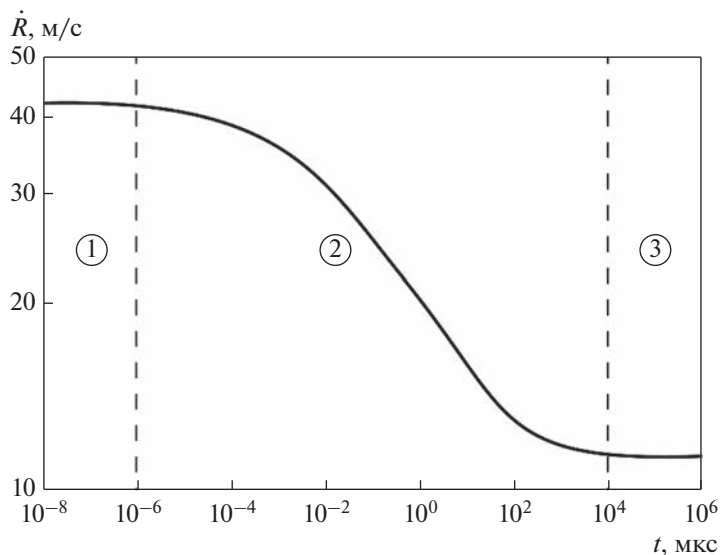


Рис. 5. Зависимость скорости роста пузырька от времени применительно к экспериментальным условиям [21]. Численный расчет системы уравнений (25): 1 — начальный закон Рэлея, 2 — инерционно-тепловой закон, 3 — асимптотический закон Рэлея.

В работе [27] проведено численное интегрирование системы уравнений (25) с помощью программного пакета системы компьютерной алгебры Maple. На рис. 5 представлена зависимость $\dot{R}(t)$, в которой можно выделить три основные стадии. В очень короткий начальный период ($t < 10^{-6}$ мкс) скорость роста подчиняется рэлеевскому закону (5). Протяженная промежуточная стадия (10^{-6} мкс $< t < 10^4$ мкс) протекает в условиях взаимного влияния инерционного и теплового механизмов. В асимптотической стадии (при $t > 10^4$ мкс) проявляется эффект “запирания давления”: пузырек растет в соответствии с асимптотическим рэлеевским законом (22); причем давление пара в нем не опускается ниже “давления запирания” $p_* \approx 2.1$ бар.

На рис. 6, 7 приведены зависимости локального числа Стефана соответственно от модифицированного модуля роста и от времени применительно к экспериментальным условиям [21]. Здесь также наглядно проявляются три основные стадии роста. В начальной рэлеевской стадии имеем $S \approx 0$. В инерционно-тепловой стадии число Стефана со все большим ускорением нарастает. Затем следует точка перегиба и плавный переход в рэлеевскую асимптотику. Физически это соответствует “зависанию” точки E в окрестности предельной точки D на p, T — диаграмме (рис. 3).

На рис. 8 приведена расчетная кривая $R(t)$ в интервале $5 \text{ мкс} < t < 100 \text{ мкс}$, которая хорошо аппроксимируется формулой $R \approx 0.0242t^{0.9}$. Здесь $[R] = \text{мм}$; $[t] = \text{мкс}$. Из рисунка следует, что экспериментальные точки лежат в переходной инерционно-тепловой области 3 и удалены от обеих рэлеевских областей — начальной 1 и асимптотической 2.

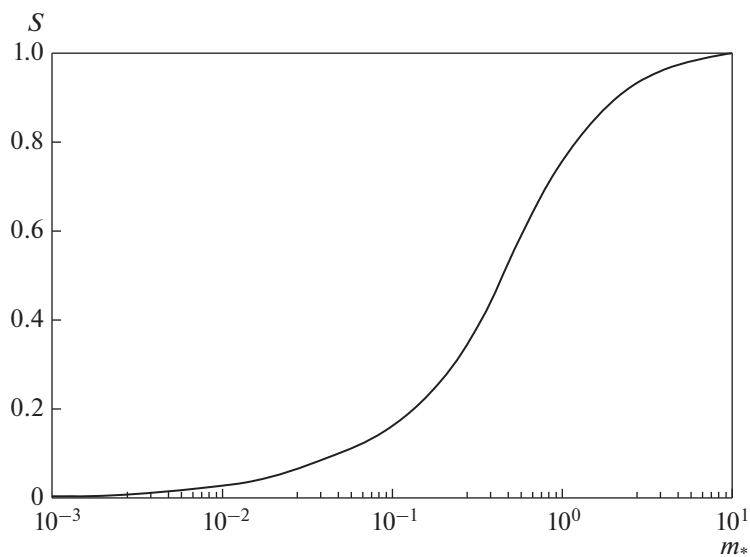


Рис. 6. Зависимость локального числа Стефана от модифицированного модуля роста применительно к экспериментальным условиям [21]. Численный расчет системы уравнений (25).

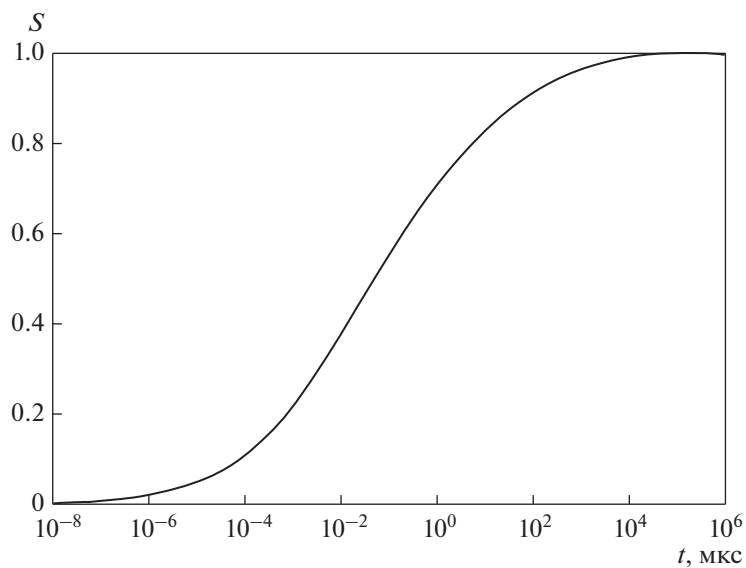


Рис. 7. Зависимость локального числа Стефана от времени применительно к экспериментальным условиям [21]. Численный расчет системы уравнений (25).

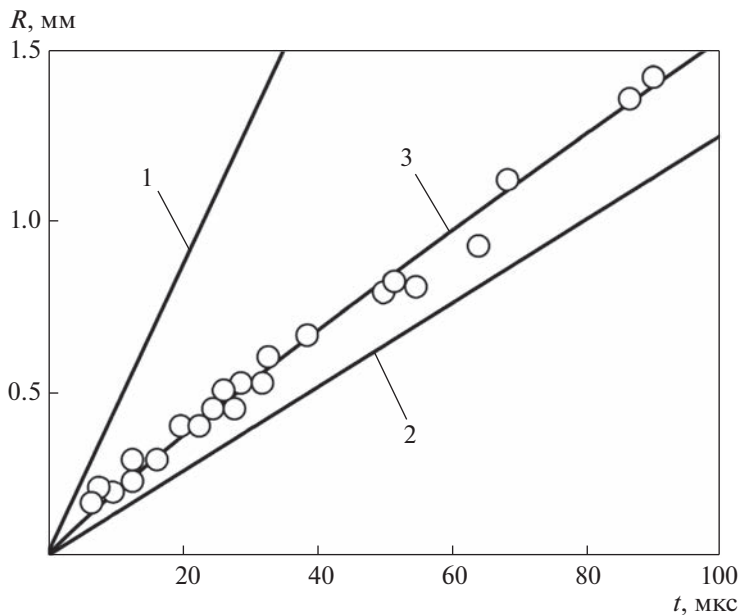


Рис. 8. Кривая роста пузырьков при вскипании капли бутана. Кружочки — экспериментальные точки [21]. Численный расчет системы уравнений (25): 1 — начальный закон Рэлея, 2 — асимптотический закон Рэлея, 3 — переходный инерционно-тепловой закон.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача роста парового пузырька в неограниченном объеме равномерно перегретой жидкости. Проведен анализ стадий роста: капиллярной, промежуточной, инерционной, тепловой. Показано, что определяющую роль играет бинарная инерционно-тепловая схема роста. На основе термодинамического анализа выполнен расчет числа Стефана в метастабильной области. Введено понятие энергетической спинодали, расположенной в метастабильной области между бинодалью и спинодалью. В рамках энергетической тепловой схемы исследована асимптотика закона роста пузырька, соответствующая неограниченному возрастанию модуля роста (асимптотика “теплого взрыва”). Проведен анализ процесса роста парового пузырька в p, T — диаграмме. Показано, что при числах Стефана, больших единицы, имеет место эффект “запирания давления”. Получено аналитическое решение для закона роста пузырька в жидкости, находящейся при температуре энергетической спинодали. Проведено численное исследование роста пузырька бутана в околоспинодальной области. Получено хорошее согласование с имеющимися в литературе экспериментальными данными.

Сокращения: ЗРП — Закон роста пузырька; МФП — Межфазная поверхность; ЭТС — Энергетическая тепловая схема.

Обозначения: a — температуропроводность; c_p — изобарная теплоемкость; Ja — число Якоба; j — массовый поток; h_{fv} — теплота фазового перехода; m — модуль роста; m_* — модифицированный модуль роста; p — давление; Δp — перепад давлений; R — радиус пузырька; R_{cr} — радиус критического парового зародыша; S — число Стефана; T — температура; ΔT — перепад температур; t — время; q — тепловой поток.

Греческие символы: ε — отношение плотностей фаз; Δp — перепад давлений; ρ — плотность; ΔT — перепад температур; μ — динамическая вязкость; ψ — фактор интенсификации; σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Нижние индексы: c_r — критический; e — энергетическая спинодаль; f — жидкость; $\max$ — максимальный; $\min$ — минимальный; spin — спинодаль; s — насыщенный v — пар; ∞ — на бесконечности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ghazivini M., Hafez M., Ratanpara A. et al. A review on correlations of bubble growth mechanisms and bubble dynamics parameters in nucleate boiling // J. Therm Anal Calorim. 2022. V. 147. P. 6035–6071.
2. Stojanovic A.D., Belosevic S.V., Crnomarkovic N.D., Tomanovic I.D., Milicevic A.R. Nucleate pool boiling heat transfer: Review of models and bubble dynamics parameters. Thermal Science. 2022. V. 26. №1. P. 157–174.
3. Lee H.S., Merle Jr. H. Spherical vapor bubble growth in uniformly superheated liquid // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1996. V. 39. № 12. P. 2427–2447.
4. Гиббс Дж. В. Термодинамика. Статистическая механика. М.: Наука. 1982. 584 с.
5. Вукалович М. П., Новиков И. И. Уравнение состояния реальных газов. М.: Госэнергоиздат. 1948. М.-Л.: Госэнергоиздат. 340 с.
6. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей: Справочное пособие. Л.: Химия. 1982.
7. Новиков И. И. Термодинамика спинодалей и фазовых переходов. М.-Л.: Наука. 2000.
8. Скрипов В. П. Метастабильная жидкость. М.: Наука. 1972.
9. Dalle Donne M., Ferranti M. P. The growth of vapour bubbles in superheated sodium // Int. J. Heat Mass Transfer. 1975. V. 18. P. 477–493.
10. Prosperetti A., Plesset M. S. Vapor-bubble growth in a superheated liquid // Journal of Fluid Mechanics. 1978. V. 85. № 2. P. 349–368.
11. Robinson A. Bubble growth dynamics in boiling. Ph. D. Thesis. McMaster University Hamilton, Ontario, Canada. 2002.
12. Zanje S., Iyer K. K. R., Murallidharan J. S., Puneekar H., Gupta V. K. Development of generalized bubble growth model for cavitation and flash boiling // Physics of Fluids. 2021. V. 33. № 7. Article id.077116077116.
13. Brennen C. E. Cavitation and Bubble Dynamics. Oxford: Oxford University Press. 1995.
14. Авдеев А. А. Динамика парового зародыша в перегретой жидкости (закономерности начального периода роста) // ТВТ. 2015. Т. 53. Вып. 4. С. 569–578.
15. Лабуницев Д. А. Современные представления о механизме пузырькового кипения жидкостей. В кн.: Теплообмен и физическая газодинамика: М.: Изд-во АН СССР. С. 98–115. 1974.
16. Scriven L. E. On the dynamics of phase growth. Chem. Eng. Sci. 1959. V. 10. № 1/2. P. 1–14.
17. Зудин Ю. Б., Уртенев Д. С. Предельные и бинарные схемы роста парового пузырька // Известия РАН. Энергетика. 2023. № 5. С. 60–78.
18. Карташов Э. М. Теплопроводность при переменном относительном коэффициенте теплообмена // Известия РАН. Энергетика. 2015. № 2. С. 138–149.
19. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. Учебное пособие. 1985. 480 с.
20. Plesset M. S., Zwick S. A. The growth of vapor bubbles in superheated liquids // J. Appl. Phys. 1954. V. 25. P. 493–500.
21. Shepherd J. E., Sturtevant B. Rapid evaporation at the superheat limit // J. Fluid Mech. 1982. V. 121. P. 379–402.
22. Zudin Y. B. Non-equilibrium Evaporation and Condensation Processes: Analytical Solutions. Springer: Heidelberg. 2021 (3rd Edition).
23. Mikic B. B., Rosenow W. M., Griffith P. On bubble growth rates // Int. J. Heat Mass Transf. 1970. V. 13. P. 657–666.
24. Авдеев А. А., Зудин Ю. Б. Рост парового пузыря в околоспинодальной области в рамках обобщенной инерционно-тепловой схемы // Теплофизика высоких температур. 2002. Т. 40. С. 971–978.
25. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Том 1. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. М.: Наука. 1973.
26. Коробельников А. В., Нагоряков В. Е., Шрайбер И. Р. Учет неравновесного испарения в задачах динамики парового пузырька // Теплофизика высоких температур. 1981. Т. 19. № 4. С. 797–785.
27. Зудин Ю. Б., Зенин В. В. Эффект “запирания давления” при росте парового пузырька в сильно перегретой жидкости // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 5. С. 1148–1159.

Vapor Bubble Growth in a Superheated Liquid (Pressure Blocking Effect)**Yu. B. Zudin^a, * and D. S. Urtenov^a**^a*National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia*^{*}*e-mail: yzudin@gmail.com*

The vapor bubble growth problem in a superheated liquid is considered. The Stefan number in the metastable region is evaluated. The asymptotics of the “thermal explosion” is investigated in the framework of the energy thermal scheme. The “pressure blocking” effect is shown to occur if the Stefan number exceeds 1. An analytical solution is obtained for the bubble growth law in a liquid with energy spinodal temperature. A numerical study of butane bubble growth in the near-spinodal region is performed. A comparison of the solution with the experimental results on the boiling of a butane drop is given.

Keywords: vapor bubble, Stefan number, metastable region, thermal explosion, pressure blocking, energy spinodal, numerical study